

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики, фізики та методик їх навчання

Лазарєв Олександр Володимирович

**ІНТЕГРАЦІЯ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ У ВИВЧЕННЯ
МАТЕМАТИКИ: АДАПТИВНІ ПІДХОДИ ДО НАВЧАННЯ В
СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ**

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка

Кваліфікаційна робота
на здобуття освітнього ступеня магістра

Науковий керівник

_____ Я.О. Чкана,
кандидат педагогічних наук, доцент,
доцент кафедри математики, фізики та
методик їх навчання

«_____» _____ 2025 року

Виконавець

_____ О.В. Лазарєв

«_____» _____ 2025 року

Суми 2025

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	8
1.1. Штучний інтелект в освіті: основні поняття, види та сучасні підходи.....	8
1.2. Адаптивне навчання та роль ШІ у персоналізації освітнього процесу	18
1.3. Педагогічні принципи інтеграції штучного інтелекту в адаптивне навчання математики	22
Висновки до першого розділу	27
РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ІНТЕГРАЦІЇ АДАПТИВНОГО НАВЧАННЯ НА ОСНОВІ ШІ У ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ.....	29
2.1. Аналіз освітніх платформ та додатків з адаптивними можливостями при вивченні математики.....	29
2.2. Можливості та механізми застосування чатботів на основі ШІ для адаптивного навчання математики	44
2.3. Методичні рекомендації щодо впровадження адаптивного навчання на основі ШІ у викладання математики.....	56
Висновки до другого розділу	64
ВИСНОВКИ	66
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	68
ДОДАТКИ	75

ВСТУП

Актуальність теми. Сучасна середня освіта стикається з викликом забезпечення якісного навчання для учнів з різними рівнями підготовки та темпами засвоєння матеріалу. Адаптивне навчання, що передбачає індивідуальний підхід, є ключовим для розв'язання цієї проблеми, оскільки дозволяє кожному учню отримувати освітні послуги, які повністю відповідають його потребам та потенціалу. Математика є одним з найскладніших предметів у середній школі, і багато учнів відчують труднощі з її вивченням. Технології, які за допомогою алгоритмів та штучного інтелекту, пристосовують процес навчання до індивідуальних потреб кожного учня можуть допомогти вирішити значне коло нагальних питань завдяки застосуванню адаптивних систем навчання. Інтеграція штучного інтелекту в навчання математики дозволяє створювати персоналізовані навчальні програми, адаптивний контент та інтелектуальні системи оцінювання, що значно підвищує ефективність навчального процесу. Хоча педагоги зазначають очевидність переваг адаптивного навчання, науково-обґрунтованих досліджень з цієї проблематики все ще недостатньо, особливо в контексті середньої освіти. Це підкреслює необхідність проведення подальших досліджень для вивчення ефективності та потенціалу інтеграції штучного інтелекту в адаптивні підходи до навчання математики. Адаптивне навчання реалізується через гнучку структуру освітніх програм, диференційований підхід до викладання та використання індивідуальних траєкторій навчання.

Отже, тема **«Інтеграція штучного інтелекту у вивчення математики: адаптивні підходи до навчання в середній освіті»** є надзвичайно актуальною та перспективною, оскільки вона відповідає викликам сучасної освіти та відкриває нові можливості для покращення якості навчання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Теоретичними та практичними основами проблеми інтеграції штучного інтелекту в освітній процес є дослідження, які можна розділити за наступними

напрямами:

- теоретичні основи проблеми штучного інтелекту загалом (зарубіжні вчені Н. Бостром, Р. Курцвейл, П.М. Морхат, В.А. Фулін, П.Г. Уинстон, вітчизняні науковці В.А. Зінченко, Ю.М. Капіца, Н.Б. Пацурія, О.І. Решетняк, М.М. Хаустов та ін.);

- теоретико-практичні аспекти використання штучного інтелекту в освіті досліджуються вченими зарубіжжя (Е. Постма, А. Нанне, М.Антеуніс, С. Вуббен, Г. ван Ноорт, Г. Аль Муршиді, А. Капуза, Т. Хагендорф, Т. Адігузед та ін.) та українськими науковцями (В. Биков, О. Спирін, Т. Вакалюк, С. Литвинова, О. Овчарук, В. Осадчий, О. Пінчук, О. Соколюк, М.О. Акімов, А.Є. Артюхов, О.П. Ващук, С.Я. Касян, А. Тахмазов та ін.). Дослідження використання штучного інтелекту в навчанні математики є актуальною темою для українських науковців:

- Д. Немировської та В. Михалевич, які досліджували можливості штучного інтелекту під час розв'язання типових математичних задач та ефективність його використання при вивченні математики;

- В. Стеблянка, М. Першина та А. Чумак досліджували роль штучного інтелекту в математичній освіті, підкреслюючи його потенціал у персоналізації навчання та автоматизації рутинних завдань.

- О. Паламар та М. Наumenко аналізували сучасні тенденції у сфері технологій штучного інтелекту та їх застосування в освіті, зокрема в математичній галузі

- використання адаптивних підходів у навчанні вивчали В. Дем'яненко, О. Ляшенко, Ю. Трюс та ін.

Мета дослідження – дослідити особливості інтеграції штучного інтелекту у вивчення математики на прикладі впровадження адаптивного підходу до навчання в середній освіті.

Згідно з метою дослідження було визначено такі **завдання**.

1. Дослідити та систематизувати теоретичні напрацювання, сучасні підходи щодо використання штучного інтелекту в освіті в цілому та у

контексті дослідження за результатами аналізу науково-методичної літератури.

2. Описати принципи адаптивного навчання та роль штучного інтелекту у персоналізації освітнього процесу для учнів середньої школи.

3. Проаналізувати популярні освітні платформи й додатки з адаптивними можливостями та визначити їх ефективність.

4. Запропонувати підходи для інтеграції адаптивного навчання на основі штучного інтелекту у вивчення математики, розробити методичні рекомендації щодо впровадження штучного інтелекту у викладання математики.

Об'єкт дослідження – процес навчання математики в закладах загальної середньої освіти.

Предмет дослідження – особливості використання адаптивних навчальних систем на основі штучного інтелекту для персоналізації вивчення математики в середній освіті.

Методи дослідження. Для досягнення мети та розв'язання поставлених завдань використано наступні методи:

– *теоретичні* – аналіз та узагальнення науково-методичної літератури, що стосується використання штучного інтелекту в освіті й упровадження адаптивного навчання, з метою виявлення ключових тенденцій, закономірностей та протиріч в досліджуваній області, а також обґрунтування доцільності застосування адаптивного підходу в освітньому процесі, зокрема, в навчанні математики; педагогічне проєктування, для окреслення послідовності етапів упровадження адаптивного навчання з використанням ІІІ та конструювання на їх основі конспектів уроків, які забезпечують практичну реалізацію запропонованого підходу;

– *емпіричні* – спостереження за навчальним процесом в умовах використання адаптивної платформи для фіксації та аналізу особливостей взаємодії учнів з системою, їх реакції на адаптивні завдання, залученості в навчальний процес.

Практичне значення одержаних результатів полягає у розробці методичних рекомендацій, щодо впровадження адаптивного навчання на основі ІІІ у викладання математики та підготовці планів-конспектів уроків.

Напрацювання дослідження можуть бути використані вчителями математики для організації ефективного навчання старшокласників та враховані при проектуванні змісту навчальних програм з математики.

Апробація результатів та публікації. У результаті проведення дослідження в межах кваліфікаційної роботи було здійснено виступи на конференціях, а також опубліковано тези та стаття:

- «Штучний інтелект як новий вимір у математичній освіті: виклики та перспективи для середньої школи» у матеріалах V Всеукраїнської науково-методичної інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених “Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2024 Форум молодих дослідників» (29 листопада 2024 р.) [8];

- «Динамічна диференціація та штучний інтелект при адаптивному навчанні математики» у матеріалах результатів наукових досліджень молодих науковців щорічної студентській звітної наукової конференції (8–9 травня 2025 р. м. Суми) на базі фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка. [6];

- «Педагогічні принципи інтеграції штучного інтелекту в адаптивне навчання математики» в збірнику праць студентів фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка щорічної студентській звітної наукової конференції (8–9 травня 2025 р. м. Суми) на базі фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка. [7].

Структура та обсяг роботи. Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, списку використаних джерел та додатків.

У вступі розглянуто актуальність роботи, визначено об’єкт, предмет, мету та завдання дослідження.

У першому розділі «Теоретичні основи дослідження» здійснено теоретико-методологічний аналіз інтеграції штучного інтелекту в освітній простір, який визначено як провідний чинник цифрової трансформації та переосмислення дидактичних підходів у математичній освіті. Обґрунтовано перехід до адаптивної парадигми навчання, в межах якої інтелектуальні системи виступають інструментом глибокої персоналізації освітнього процесу та забезпечують динамічну підтримку когнітивного розвитку учня. Крім того, визначено специфіку педагогічної взаємодії в нових умовах, де ШІ виконує функції аналітичного та дидактичного партнера, трансформуючи роль учителя у напрямі фасилітації та наставництва.

У другому розділі «Практичні аспекти інтеграції адаптивного навчання на основі ШІ у викладання математики» було розроблено та запропоновано комплексні підходи для інтеграції адаптивного навчання у викладання математики. Сформульовано методичні рекомендації, які конкретизовано у технологічних картах та планах-конспектах уроків.

Загальний обсяг магістерської роботи складає 94 сторінки. Список використаних джерел включає 57 найменувань. У тексті містяться 13 таблиць, 6 рисунків.

Робота буде корисною студентам педагогічних спеціальностей та вчителям математики закладів загальної середньої освіти.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Штучний інтелект в освіті: основні поняття, види та сучасні підходи

Стрімка інтеграція штучного інтелекту (ШІ) охопила всі сфери людської діяльності, а особливо освіту, де вона трансформує традиційні моделі навчання, що вимагає глибокого розуміння його основних понять.

Сам термін «штучний інтелект» (Artificial Intelligence) офіційно запропонував та ввів в науковий обіг американський вчений Джон Маккарті у 1956 році, у ході Дартмутського літнього наукового семінару з питань штучного інтелекту. Подія стала вважатися формальним започаткуванням ШІ як академічної дисципліни. Саме Джон Маккарті пізніше сформулював класичне визначення, яке лежить в основі всіх сучасних трактувань: штучний інтелект – це наука і техніка створення інтелектуальних машин, зокрема, інтелектуальних комп'ютерних програм [42].

Хоча сама ідея створення штучної подоби людського розуму для розв'язування складних задач має глибоке історичне коріння, що підтверджує її фундаментальний статус у науці, це не просто сучасна технологічна тенденція, а логічне продовження віковичних філософських та інженерних пошуків.

Перші спроби механізувати логічні процеси простежуються ще у середньовіччі. Раймонд Луллій (XIII ст.) вважається одним із родоначальників ШІ, оскільки він спробував створити механічну машину для розв'язування різних задач на основі загальної класифікації понять. Цією ідеєю продовжили опікуватися у XVIII столітті Готфрід Лейбніц та Рене Декарт, які незалежно один від одного пропонували концепції універсальних мов класифікації всіх наук, що можна вважати першими теоретичними роботами в галузі штучного інтелекту.

Сучасний етап розвитку ШІ розпочався у 40-і роки XX століття коли

Алан Тюрінг запропонував більш сучасну обчислювальну модель інтелектуальних міркувань, і його машинна модель лягла в основу комп'ютерної науки. Після того, як Тюрінг створив перший комп'ютерний «движок» для гри у шахи, саме комп'ютерні шахи стали базовою моделлю для інформатики та ШІ.

Найбільшою подією, що спричинила суспільний резонанс і привернула масову увагу до ШІ, став випуск восени 2022 року ChatGPT компанією OpenAI. Цей чат-бот для обробки природної мови продемонстрував можливості ШІ до генерування контенту, самонавчання та розуміння й імітації природної мови, що має безпосереднє використання у всіх галузях освіти, зокрема в математичних обчисленнях (за рахунок вивчення книг). Загалом, ШІ дозволяє машинам виконувати завдання, які традиційно вимагали когнітивних здібностей людини (приймати рішення, розв'язувати проблеми, навчатися на неструктурованих даних).

Глобальна інтеграція технологій штучного інтелекту в повсякденне життя зумовила необхідність перегляду правових норм у багатьох країнах світу з метою чіткої регламентації та визначення сутності цих систем. Піонером у створенні профільного законодавства став Європейський Союз, де 13 червня 2024 року Європарламент та Рада ЄС оприлюднили перший комплексний документ такого рівня — Закон про штучний інтелект (Artificial Intelligence Act, AI Act). Зазначений нормативний акт характеризує штучний інтелект як динамічне сімейство технологій, що стрімко еволюціонує та сприяє отриманню широкого спектру економічних, екологічних і суспільних переваг у всьому спектрі галузей і соціальної діяльності [48]. На сьогодні цей акт визнається експертною спільнотою як еталонний підхід до регламентації технологій штучного інтелекту.

В Україні правове регулювання штучного інтелекту перебуває на етапі становлення. Наразі відсутній спеціалізований закон, який би комплексно регулював цю сферу. Однак, зроблено кілька важливих кроків у напрямку формування нормативно-правової бази для розвитку та використання

технологій штучного інтелекту.

Відповідно до положень Концепції розвитку штучного інтелекту в Україні, освітній сектор визначено як один із ключових напрямів, де має відбуватися системна реалізація державних ініціатив щодо штучного інтелекту. За даною концепцією «штучний інтелект – організована сукупність інформаційних технологій, із застосуванням якої можливо виконувати складні комплексні завдання шляхом використання системи наукових методів досліджень і алгоритмів обробки інформації, отриманої або самостійно створеної під час роботи, а також створювати та використовувати власні бази знань, моделі прийняття рішень, алгоритми роботи з інформацією та визначати способи досягнення поставлених завдань» [17].

Уявлення про штучний інтелект формувалися під впливом багатьох наук, зокрема хімії, біології, математики й лінгвістики. Водночас численні визначення ШІ не є вичерпними та нерідко ігнорують психологічні, філософські й політичні складові. У контексті педагогіки та дидактики, ШІ визначається як комп'ютерна система, здатна брати участь у процесах, що виконуються тільки людиною, таких як навчання, адаптація, синтезування, самокорекція та використання даних для розв'язання складних завдань [4].

У 1980-х роках професор Каліфорнійського університету в Берклі Джон Серль запропонував впливову концепцію, яка стала однією з основних у філософії штучного інтелекту. У своїй праці «Minds, Brains, and Programs» [51] він запропонував розрізняти два типи ШІ залежно від того, чи система лише імітує людське мислення (симуляція), чи насправді володіє здатністю розуміти та усвідомлювати свої дії. Запропонований ним поділ ШІ на сильний та слабкий, попри своє філософське походження, широко використовується для опису сучасного стану технологій у сфері штучного інтелекту, а також їхнього можливого майбутнього розвитку.

Під сильним штучним інтелектом мається на увазі гіпотетична інтелектуальна система, яка має здатність розуміти, навчатися та застосовувати свій інтелект для розв'язання будь-якої інтелектуальної задачі,

яку може виконати людина. Слабкий ІІІ – це система, спеціально спроектована і навчена для виконання одного конкретного, обмеженого завдання або набору взаємопов'язаних завдань. Вона не має справжньої свідомості чи самоусвідомлення, а лише імітує інтелект.

В освіті, зокрема в напрямку застосування AIEd (Artificial Intelligence in Education), який фокусується на створенні інтелектуальних систем і технологій для підтримки навчального процесу, наразі застосовується виключно слабкий (Вузкий) ІІІ (Narrow AI, ANI), оскільки він спеціально розроблений для виконання конкретних, обмежених, але високоефективних завдань. Приклади застосування слабого ІІІ показані на рис. 1.1.



Рис. 1.1. Застосування слабого ІІІ в освіті

1. Адаптивні навчальні системи.

Дані системи динамічно коригують персональну стратегію навчання та рівні складності завдань за допомогою алгоритмів, які аналізують складений набір елементів даних про успішність учнів, час реакції та прогалини в знаннях. Вони обмежені навчальною програмою та галуззю, (наприклад, математика чи мова), не «розуміють» мотивацію чи емоційний стан учнів, а лише просто обробляють показники досягнень.

2. Автоматична перевірка та оцінювання.

Застосування ІІІ забезпечує швидку, об'єктивну й масштабовану перевірку тестових завдань, есе та математичних розв'язань, зменшуючи навантаження на вчителя.

3. Чат-боти та віртуальні асистенти-репетитори.

Їх технологічна основа на базі алгоритмів обробки природної мови та використання розмовного інтерфейсу (діалогу) подібних програмних рішень, дозволяє учням взаємодіяти з програмою так само як з людиною, забезпечуючи швидке отримання відповідей, покрокову підтримку та доступ до навчального матеріалу для повторення, що сприяє формуванню зворотного зв'язку в освітньому процесі. Крім того, обидва інструменти є автоматизованими агентами, які забезпечують цілодобовий, масштабований доступ до навчальної підтримки без необхідності постійної присутності вчителя. Але це імітація комунікації, а не справжнє розуміння чи свідомість.

Серед видів ІІІ, які мають особливе значення для освіти, і зокрема для викладання математики, слід виокремити наступні (рис. 1.2):

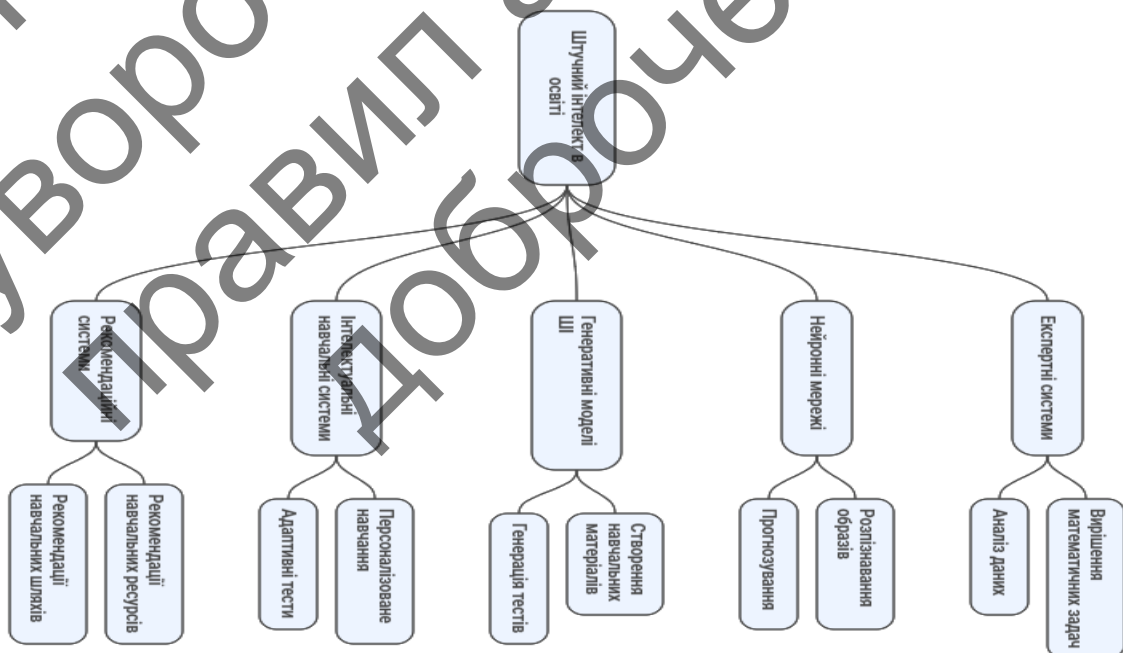


Рис. 1.2. Види ІІІ в освіті

Експертні системи – системи, які моделюють знання й правила експерта в певній предметній області, надають пояснення, діагностують помилки. Вони здатні функціонувати за правилами, які задаються вручну та/або узагальнюються з даних.

Нейронні мережі (зокрема глибокі, deep learning) – це типи математичних моделей, побудованих за аналогією з організацією та роботою людської нервової системи. Вони широко використовуються для обробки зображень, розпізнавання рукописного тексту, аналізу природної мови та оцінювання відкритих відповідей. У математичному навчанні можуть бути використані, наприклад, для розпізнавання рукопису, графічної візуалізації, автоматичного коректування письмових робіт.

Генеративні моделі ШІ – це клас моделей штучного інтелекту, які здатні створювати новий контент, а не просто аналізувати чи класифікувати існуючі дані. Наприклад, великі мовні моделі для обробки тексту (GPT, Gemini, Claude), дифузійні моделі для створення візуального контенту (Midjourney, DALL-E) та спеціалізовані системи для генерації програмного коду, аудіо й відео тощо.

Інтелектуальні навчальні системи (intelligent tutoring systems, ITS) – системи, що надають персоналізовану підтримку учню. Ними забезпечується вибір завдань, аналіз відповідей, адаптація темпу, підтримка зворотного зв'язку, можливе моделювання когнітивного стану учня.

Рекомендаційні системи – на базі аналізу даних про учнів (їхні відповіді, активність, історію навчання), пропонують персоналізований маршрут навчання, задачі відповідного рівня, ресурси, що відповідають їх стилю навчання.

Останнім часом в сфері застосування ШІ в освіті з'являються нові моделі та підходи, класифікацію яких наведено на рис. 1.3.

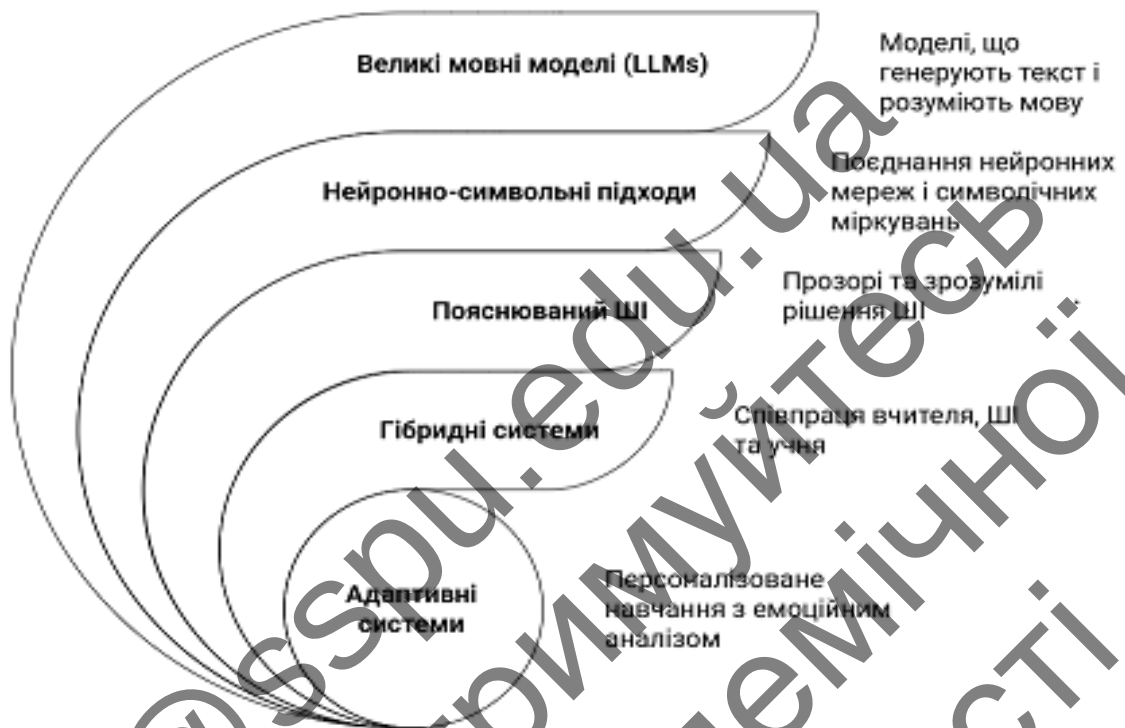


Рис. 1.3. Моделі та підходи в освіті із застосуванням ШІ

Великі мовні моделі (Large Language Models, LLMs) – це сучасні інструменти штучного інтелекту (наприклад, GPT-серія, моделі типу BERT тощо), навчені на масивах текстових даних та здатні до глибинного розуміння і генерування природної мови. У навчальному процесі вони використовуються для створення пояснень, прикладів і варіантів розв’язань, організації дискусій, автоматичної перевірки текстових та відкритих завдань, підтримки рефлексії й формування індивідуальних траєкторій навчання. LLMs забезпечують гнучку взаємодію «учень-цифровий помічник» та дають змогу реалізувати діалогове й адаптивне навчання.

Нейронно-символьні підходи (neural-symbolic AI) передбачають поєднання символічного подання знань із здатністю нейронних мереж навчатися на даних, що дозволяє створювати системи з кращою здатністю до пояснень та більш контрольованою логікою прийняття рішень.

Пояснюваний ШІ (Explainable AI, XAI) забезпечує використання

моделей і методів, які роблять зрозумілим механізм прийняття рішень. Його мета – зробити результати роботи алгоритмів зрозумілими для користувачів, показати, як і чому було отримано певний висновок або відповідь. Пояснюваний ШІ є важливе значення з погляду етичності, відповідальності, прозорості прийняття рішень та підвищення довіри при використанні ШІ в освіті.

Гібридні системи – системи де ШІ доповнює роль вчителя, а не замінює. Як наслідок досягається підвищення рівня взаємодії, контролю та педагогічного втручання зі сторони вчителя.

Адаптивні системи у поєднанні з аналізом емоційного стану, мотивації та метакогніції – це сучасні освітні системи, які підлаштовують навчальний процес не тільки під рівень знань (когнітивний компонент), але й враховують емоційні, мотиваційні та особистісні характеристики учня.

Впровадження штучного інтелекту в освітній процес супроводжується суттєвою трансформацією ролі педагога: завдяки автоматизації адміністративних та діагностичних функцій вчитель переходить від ролі універсального передавача знань до ролі кваліфікованого фасилітатора, ментора та проєктувальника індивідуальних навчальних траєкторій [3]. Делегування рутинних завдань технологічним системам вивільняє часові та інтелектуальні ресурси педагога для реалізації тих аспектів освітньої діяльності, які залишаються недоступними для машинної обробки, а саме розвитку міжособистісної взаємодії та формування некогнітивних навичок учнів.

Вчитель отримує можливість приділяти більше уваги розвитку критичного мислення, креативності, емоційного інтелекту та комунікативних здібностей учнів. Хоча системи штучного інтелекту здатні перевірити правильність математичних розв'язків, лише педагог може навчити учнів співпрацювати над пошуком цих розв'язків та усвідомлювати власні когнітивні процеси.

Використання діагностичних даних, отриманих від систем штучного

інтелекту, дозволяє педагогу відмовитися від однакового пояснення матеріалу для всіх учнів на користь диференційованого підходу до індивідуальних освітніх потреб кожного здобувача освіти. У такій моделі педагог виконує роль наставника, який допомагає учневі визначити власні сильні сторони та сформувати усвідомлену мотивацію до вивчення конкретного навчального матеріалу, що є необхідною умовою для забезпечення глибокого та стійкого засвоєння знань.

Враховуючи неможливість систем штучного інтелекту до емпатичної взаємодії, роль педагога як психолога та мотиватора набуває особливої значущості: саме вчитель забезпечує підтримку емоційної залученості учнів, вирішення конфліктних ситуацій та створення позитивного навчального середовища. Більше того, педагог виступає як аналітик освітніх даних, здійснюючи критичний аналіз рекомендацій штучного інтелекту та коригуючи їх з урахуванням контекстуальних факторів, недоступних для алгоритмічної обробки, таких як особисті обставини учня або соціально-психологічні чинники, що впливають на навчальні результати [9].

Вузькоспеціалізований штучний інтелект (ANI) забезпечує технологічну автоматизацію рутинних, повторюваних процесів, орієнтованих на обробку даних, що суттєво підвищує ефективність та об'єктивність роботи освітньої системи. Системи автоматичної перевірки навчальних завдань забезпечують миттєвий зворотний зв'язок, виключаючи вплив суб'єктивних факторів, таких як втома педагога чи неусвідомлена упередженість, що значно зменшує рутинне навантаження на вчителів.

Інструменти на базі штучного інтелекту сприяють оптимізації планування уроків, автоматизованому розподілу освітніх ресурсів, складанню розкладу занять та формуванню стандартної звітної документації, забезпечуючи підвищення ефективності операційної діяльності освітнього закладу. Системи штучного інтелекту здійснюють динамічну корекцію навчального матеріалу на основі реального рівня засвоєння контенту учнем, а не формальних критеріїв віку чи класу, формуючи безперервну

індивідуалізовану освітню траєкторію [19]. Зокрема, якщо учень швидко опановує навчальну тему, система пропонує поглиблений матеріал для розширення компетентностей, тоді як виявлення прогалин у знаннях ініціює повернення до раніше вивчених концепцій до досягнення необхідного рівня засвоєння.

Обробка великих масивів даних про навчальну поведінку учнів (показники залученості, час виконання завдань, точність відповідей) дозволяє системам штучного інтелекту здійснювати ранню ідентифікацію ризиків академічної неуспішності або відсіву здобувачів освіти, що створює можливість для своєчасного педагогічного втручання до переходу проблеми у критичну фазу.

Інтеграція штучного інтелекту (ШІ) в освіту є одним із ключових напрямів сучасних педагогічних і технологічних трансформацій. У світовому освітньому просторі ця тенденція визначається як складова глобального переходу до цифрової педагогіки, що забезпечує персоналізоване навчання, підвищення якості освіти та розвиток компетентностей XXI століття.

Актуальність впровадження технологій ШІ в освітній процес підтверджується міжнародними ініціативами, зокрема Пекінським консенсусом з питань ШІ та освіти (UNESCO, 2019), який визначає стратегічні орієнтири розвитку освіти в умовах цифровізації [54].

У цьому документі наголошується на необхідності:

- розроблення освітньої політики, орієнтованої на етичне та відповідальне використання ШІ;
- впровадження адаптивних навчальних систем, здатних враховувати індивідуальні потреби учнів;
- використання ШІ для аналітики навчальних досягнень і моніторингу освітнього процесу;
- формування ключових навичок майбутнього — критичного мислення, творчості, комунікації та цифрової грамотності

Отже, інтеграція ШІ розглядається не лише як технологічна інновація, а

як концептуальна зміна самої природи освітнього процесу — від традиційної моделі до адаптивно-інтелектуальної.

Сучасні педагогічні дослідження трактують ІІІ не як альтернативу вчителю, а як його інтелектуального партнера. У цьому контексті ІІІ виконує функцію «третьої руки» та «третього ока» викладача, посилюючи його можливості в діагностиці, аналітиці та прогнозуванні навчальних результатів [16]. Завдяки технологічним перевагам машинного навчання (швидкість обробки даних, точність прогнозів, виявлення закономірностей) викладач отримує інструмент, що підсилює його педагогічну інтуїцію, креативність та емоційний інтелект.

Педагогічна цінність ІІІ полягає не лише у підвищенні ефективності навчання, а й у створенні умов для диференціації та індивідуалізації освітнього процесу. Це сприяє розвитку адаптивних стратегій навчання, у яких технологія слугує засобом реалізації принципу гуманізації освіти.

Питання інтеграції штучного інтелекту є досить важливим для української системи освіти, оскільки це необхідна умова для модернізації навчального середовища у відповідності до підходів, закладених у реформі Нової української школи та Концепції цифрової трансформації. Завдяки вирішенню цього питання, зокрема у сфері математичної освіти, розширюються можливості для створення систем адаптивного тестування, інтелектуальних тренажерів, персоналізованих курсів і цифрових помічників учителя тощо, які забезпечують інтеграцію ІІІ в контексті дидактичних принципів навчання.

1.2. Адаптивне навчання та роль ІІІ у персоналізації освітнього процесу

В умовах швидкоплинних реалій сучасності освіта змушена постійно адаптуватися до багатьох аспектів, зокрема і до форм та методів навчання. Традиційні методи навчання, орієнтовані на середнього учня, часто не враховують індивідуальних потреб, темпу навчання та стилів сприйняття

інформації кожної дитини. Саме в цьому контексті адаптивний підхід в освіті, що пропонує гнучкі та персоналізовані стратегії навчання, здатний максимально розкрити потенціал кожного учня та постійно перебуває в статусі особливої актуальності.

Адаптивне навчання – особливий спосіб організації освітнього процесу з метою підвищення результативності навчання, який побудований на врахуванні індивідуальних особливостей і здібностей здобувачів освіти [10]. Таке навчання являє собою складну систему компонентів, в якій їхня взаємодія створює синергетичний ефект, що перевищує суму окремих частин. Цей ефект досягається завдяки індивідуалізації навчання, постійній саморегуляції системи, забезпеченню постійного зворотного зв'язку та стимулюванню мотивації учнів через персоналізований підхід [21]. Використання адаптивного підходу передбачає врахування рівня знань та попереднього досвіду, темпів та стилю навчання, інтересів, мотивації до навчання та потреб у підтримці.

Принципова відмінність від традиційної моделі полягає у відмові від жорсткої стандартизації, притаманної класичній освіті, де всі здобувачі рухаються за єдиним графіком та виконують тотожні вправи. Адаптивні ж системи працюють за принципом «живого» відгуку: вони не просто ведуть учня за розгалуженим алгоритмом, а перебудовують навчальну траєкторію безпосередньо в момент виконання завдань, миттєво реагуючи на помилки чи успіхи.

Зазвичай виділяють такі ключові модулі адаптивних навчальних систем [37]:

- *модель учня (learner model)* – комплексна репрезентація знань, навичок, помилок, темпу засвоєння, стилю навчання, інколи також мотивації і емоційного стану. Модель учня оновлюється на основі даних про виконання завдань, відповіді, час реакції, інші метрики;

- *модель предметної області (domain model)* – структура знань з конкретної області (в даному випадку математики): поняття, формули,

алгоритми, залежності між темами, типові задачі, логічна послідовність. Ця модель визначає, які концепти і навички потрібно опанувати та якими шляхами;

- *модель адаптації* або *дидактична модель* – алгоритм або набір правил, які визначають, як на основі моделі учня та моделі предмету змінювати навчальний шлях: коли давати більш складні завдання, коли повернутися до попередніх тем, як обирати вправи, як подавати матеріал (візуалізація, практичні приклади, абстракція тощо).

Саме алгоритми штучного інтелекту дозволяють автоматизувати та масштабувати процес адаптації, який раніше був майже неможливим для реалізації вчителем у великому класі. ШІ виконує роль «персонального репетитора», аналізуючи великі обсяги даних про навчальну діяльність учня.

Адаптивність забезпечується штучним інтелектом через механізми діагностики та аналізу рівня знань, адаптацію складності завдань, зміни темпу та послідовності подачі матеріалу, персоналізований зворотний зв'язок, прогнозування та рекомендації.

Першим кроком є детальна діагностика. Штучний інтелект формує профіль учня, базуючись на результатах первинного тестування. При цьому враховуються як академічні показники (правильність відповідей), так і процесуальні дані, наприклад, швидкість реакції та системність допущених помилок.

ШІ підлаштовується під реальну швидкість роботи учня. Якщо учень швидко засвоює тему, система дозволяє йому пропустити деякі розділи та перейти до нового матеріалу. Якщо ж тема виявилася складною, ШІ може розбити її на менші, простіші частини, щоб учень крок за кроком оволодів матеріалом без стресу.

Замість стандартного «правильно/неправильно», ШІ надає учню детальний, персоналізований зворотний зв'язок. Замість простої констатації неправильної відповіді, цифровий помічник зазначає конкретний етап, де учень збився зі шляху. Для подолання труднощів пропонується адаптивний

зворотний зв'язок. Це може бути як коротка порада для самокорекції, так і розгорнуте пояснення необхідного фрагмента теорії. Це допомагає учню зрозуміти корінь проблеми, а не просто запам'ятати правильну відповідь.

На основі аналізу даних про успішність ІІІ може прогнозувати, які теми викликать в учня найбільші труднощі, і заздалегідь пропонувати додаткові матеріали або тренувальні вправи для їхнього випереджувального вивчення.

Застосування адаптивного підходу є особливо важливим в навчанні математики – дисципліни, яка часто викликає труднощі та потребує глибокого розуміння фундаментальних концепцій. Специфіка математики як дисципліни з високим когнітивним навантаженням робить адаптивність не просто корисною опцією, а необхідністю. Гнучкість навчального процесу стає єдиним дієвим інструментом, що допомагає нівелювати традиційні труднощі у вивченні складних тем та забезпечити міцний фундамент знань. Завдяки діагностичному оцінюванню та диференційованим завданням вдається краще реагувати на потреби учнів. До важливих переваг адаптивного навчання математики слід віднести також і подолання тривожності завдяки індивідуальному темпу та підтримці, що підвищує впевненість учнів. Такий формат сприяє глибшому розумінню математичних тем і дає змогу приділити достатньо часу кожному розділу. Індивідуальні завдання розвивають логічне мислення та допомагають формувати навички розв'язання проблем, а інтерактивні методи навчання з урахуванням інтересів учнів підвищують мотивацію до вивчення математики.

У контексті цифрової трансформації освіти штучний інтелект дедалі частіше розглядається як ефективний інструмент адаптивного навчання. Зі зростанням обсягу інформації та динамічним розвитком цифрових технологій традиційні методи навчання часто не встигають за змінами, тоді як системи на основі штучного інтелекту здатні в режимі реального часу аналізувати прогрес учнів, виявляти прогалини у знаннях і миттєво пропонувати персоналізовані траєкторії навчання. По-друге, в умовах зростаючого запиту на інклюзію та

особистісно орієнтоване навчання, цифрові інструменти відкривають нові горизонти. Саме завдяки інтелектуальним системам вчитель отримує можливість охопити увагою кожного учня окремо, масштабуючи підтримку та адаптуючи її під конкретні освітні потреби та рівень компетентностей. По-третє, в умовах глобальних викликів – як-от дистанційне навчання, необхідність швидкого опанування цифрових компетентностей і підвищення мотивації до навчання – штучний інтелект відкриває нові можливості для створення інтерактивного, захопливого та результативного освітнього середовища.

Підсумовуючи, можна стверджувати, що саме штучний інтелект став тим механізмом, який перевів адаптивне навчання з площини теоретичних дискусій у площину практичної реалізації. Автоматизуючи складні процеси персоналізації, технологія перетворилася на дієвий та масштабований інструмент, здатний розкрити максимум можливостей кожного окремого учня.

1.3. Педагогічні принципи інтеграції штучного інтелекту в адаптивне навчання математики

Наукові праці останніх років демонструють значні перспективи використання штучного інтелекту для посилення індивідуального підходу в навчанні. Дослідники В. Моторіна, Г. Різак та І. Небеленчук [14] наголошують, що адаптивні системи, які функціонують на основі штучного інтелекту, мають здатність ретельно аналізувати індивідуальний стиль навчання студента, оперативно й об'єктивно оцінювати його навчальні здобутки та передбачати ймовірні труднощі у навчанні. Робота О. Ковальського [5] показує, що системи позитивно позначаються на зацікавленості студентів у навчанні, їхніх академічних показниках та загальному рівні задоволеності освітнім процесом. У своїх публікаціях Л. Басюк, Т. Лисенко та І. Носач [1] доводять перспективність застосування машинного навчання як бази для розробки інтерактивних освітніх помічників, здатних пристосовувати зміст і форму

завдань до конкретного рівня знань студента, спираючись на аналіз його навчальної активності. Українські дослідники М. Стойка, Ю. Петечук [18] та О. Мамонов, І. Ткаченко, О. Василенко [11] акцентують на значенні чат-ботів — комп'ютерних програм, які можуть підтримувати діалог з людиною за допомогою технологій штучного інтелекту. Зокрема, вони зазначають, що чат-боти мають значний потенціал у навчанні математики, оскільки можуть ефективно генерувати різноманітні завдання різної складності, сприяючи індивідуалізації навчання та автоматизації роботи вчителя. Разом з тим, переважна кількість досліджень не фокусується на специфічних аспектах застосування інструментів штучного інтелекту в адаптивному навчанні.

Інтеграція штучного інтелекту в адаптивне навчання математики відкриває безмежні можливості для персоналізації освітнього процесу, але без неухильного дотримання фундаментальних педагогічних принципів, ці технології можуть виявитися неефективними або навіть шкідливими.

Педагогічні принципи є фундаментальними керівними положеннями, які визначають стратегію, зміст, методи та форми організації освітнього процесу. Вони відображають закономірності навчання та виховання, виражаючи найбільш загальні вимоги до організації педагогічної діяльності. При цьому не є жорсткими правилами, а скоріше гнучкими орієнтирами, які педагог творчо застосовує в конкретних педагогічних ситуаціях, враховуючи особливості учнів, навчального матеріалу та контексту [12]. Класичні педагогічні принципи, сформовані протягом століть педагогічної думки та практики, залишаються актуальними й сьогодні, слугуючи міцним фундаментом для побудови якісного освітнього процесу.

Невід'ємною основою якісного навчального процесу є його відповідність таким педагогічним принципам як науковість, систематичність, доступність, наочність, свідомість та активність учнів, міцність засвоєння знань, індивідуалізація та диференціація тощо. Проте, інтеграція штучного інтелекту в адаптивне навчання математики вимагає їхнього творчого переосмислення та адаптації до нових можливостей.

Одним з ключових аспектів адаптивного навчання є *принцип індивідуальної освітньої траєкторії* (Individualized Instruction). Суть цього принципу полягає в персоналізації навчання через алгоритмічний аналіз даних про учня, що дозволяє підлаштовувати рівень складності завдань, темп навчання та спосіб подачі матеріалу відповідно до його індивідуальних потреб. Цей принцип знаходить своє відображення в працях таких дослідників як Бенджамін Блум [27] з його концепцією «Навчання для всіх» (Mastery Learning), Фред Келлер [38] з «Персоналізованою системою інструкцій» (PSI) та Девід Меррілл [43] з «Теорією компонентного навчання» (Component Display Theory). Вчена Мойсеюк Н. [13] визначала індивідуалізацію як механізм усвідомлення власних потреб і цілей, що підтримується адаптивними стратегіями. Штучний інтелект значно розширює можливості реалізації цього принципу, забезпечуючи глибокий аналіз навчальних даних та автоматизоване формування персоналізованих навчальних маршрутів.

Принцип динамічної диференціації (скаффолдингу), що передбачає гнучке коригування навчального маршруту залежно від рівня знань учня, набуває нового значення завдяки можливостям штучного інтелекту. Система аналізує успіхи та помилки учня й автоматично пропонує різні рівні підтримки: підказки, спрощення, додаткові пояснення, що відповідає концепції «зони найближчого розвитку» Льва Виготського [2] та ідеям Джерома Брунера щодо «скаффолдингу» [56].

Принцип формувального інтелектуального оцінювання (його ще називають континуальним або формативним оцінюванням) — це підхід до оцінювання навчальних досягнень, що фокусується не на фіксації результату, а на підтримці процесу навчання. Його сутність — у постійній, гнучкій, інтелектуально-орієнтованій взаємодії між учнем і вчителем, яка допомагає учневі розуміти, як він вчиться, і як покращити своє навчання. Цей підхід дуже добре поєднується з адаптивним навчанням і використанням ШІ та трансформується завдяки здатності адаптивних алгоритмів аналізувати відповіді учня в реальному часі, прогнозувати можливі труднощі та

оперативно коригувати навчальну програму, що підтверджено дослідженнями Пола Блека та Ділана Вільяма [26] Джеймса Попхема [47] та Ріка Стіггінса [52].

Важливість *принципу розширеного зворотного зв'язку* зростає завдяки здатності штучного інтелекту швидко аналізувати патерни помилок учня та надавати інтелектуальні, персоналізовані пояснення, що є ключовим для ефективного навчання, як підкреслюють Джон Хетті [35].

Для забезпечення високої залученості учнів актуальним стає *принцип інтерактивної когнітивної взаємодії* (*принцип мультимодального представлення*). Штучний інтелект може ефективно використовувати гейміфікацію, інтерактивні візуалізації та симуляції, що відповідає теорії когнітивного навчання Річарда Майєра [41] моделі робочої пам'яті Алана Бедделі [24] та теорії когнітивного навантаження Джона Свеллера [53].

Розвиток *принципу розвитку математичної метакогніції* стає можливим завдяки системам штучного інтелекту, які допомагають учню аналізувати власні стратегії розв'язку, прогнозувати помилки та розвивати саморефлексію, що відповідає ідеям Джона Флавелла [32] та Девіда Шона [50]. Підтримка *принципу автономного навчання через цифрового наставника* реалізується через інтелектуальні підказки та адаптивні навчальні маршрути, що сприяє розвитку навичок самостійного навчання, як це обґрунтовують Альберт Бандура [25] та Баррі Циммерман [57].

Забезпечення рівного доступу до навчання для всіх категорій учнів, включаючи дітей з особливими освітніми потребами, є ключовим аспектом *принципу інклюзивного цифрового дизайну*, який успішно реалізується за допомогою штучного інтелекту через надання альтернативних способів подання матеріалу, що відповідає концепції Universal Design for Learning Девіда Роуза [49] та дослідженням Девіда Гікса [36].

Нарешті, надзвичайно важливим є *принцип симбіозу алгоритмічного та людського викладання*. Технології штучного інтелекту повинні розглядатися як інструмент підтримки викладача, а не його заміна. Гармонійне поєднання

можливостей штучного інтелекту з досвідом та інтуїцією педагога є запорукою найефективнішого навчального процесу, що підкреслюють Чарльз Грехем [34] та Лінда Дарлінг-Хаммонд [30].

Застосування педагогічних принципів в процесі інтеграції штучного інтелекту в навчання можна узагальнити наступним чином (табл. 1.1).

Таблиця 1.1.

Педагогічні принципи та штучний інтелект

№	Принцип	Суть	Ключові ідеї	Застосування в ШІ-технологіях
1	Індивідуальна освітня траєкторія	Персоналізація навчання через аналіз даних учня для адаптації темпу, складності, форм подачі	Машинне навчання, когнітивні моделі, персоналізоване навчання	Алгоритми адаптивного навчання, когнітивне моделювання, системи рекомендацій
2	Динамічна диференціація (скаффолдинг)	Гнучке коригування навчання залежно від успіхів і труднощів учня	Зона найближчого розвитку, педагогічні підтримки, адаптивне тестування	Системи підказок, аналіз прогресу, адаптивні платформи
3	Формувальне інтелектуальне оцінювання	Оцінювання як безперервний процес з корекцією траєкторії навчання	Formative assessment, когнітивна діагностика, assessment for learning	Системи аналізу відповідей, предиктивна аналітика, когнітивні діагностичні інструменти
4	Розширений зворотний зв'язок	Швидкий аналіз помилок і надання пояснень у режимі реального часу	Теорія когнітивного навчання, миттєвий фідбек, мотивація до зусиль	Системи автоматичного фідбеку, аналітика патернів помилок
5	Інтерактивна когнітивна взаємодія (мультимодальне представлення)	Гейміфікація, інтерактивні візуалізації для залучення учнів	Мультимодальне сприйняття, гейміфікація, когнітивна теорія мультимедійного навчання	VR/AR, ігрові середовища, інтерактивні симуляції, мультимедійні платформи

Джерело: створено на основі [2;13;26;27]

Інтеграція штучного інтелекту в адаптивне навчання математики надає

потужний інструментарій для персоналізації та оптимізації освітнього процесу. Однак, успішність цього процесу безпосередньо залежить від усвідомленого та творчого застосування класичних педагогічних принципів. Переосмислення цих принципів у контексті можливостей штучного інтелекту дозволяє не лише підвищити ефективність навчання, але й зберегти гуманістичну спрямованість освіти, забезпечуючи всебічний розвиток особистості учня.

Висновки до першого розділу

Проведений теоретико-методологічний аналіз проблеми інтеграції штучного інтелекту в освітній процес засвідчив, що ШІ на сучасному етапі розвитку суспільства є одним із провідних чинників цифрової трансформації освіти. Його поява зумовила переосмислення традиційних дидактичних підходів, принципів і методів навчання, зокрема у галузі математичної освіти, яка безпосередньо пов'язана з логікою, алгоритмізацією, моделюванням та аналітичним мисленням.

Сучасні наукові підходи до інтеграції ШІ в освіту відображають глобальні тенденції переходу від традиційного підходу до адаптивної та компетентнісної парадигми навчання, у якій учень розглядається як активний суб'єкт пізнавальної діяльності, а освітнє середовище - як динамічна система підтримки його інтелектуального розвитку.

Інтеграція ШІ в освітній простір має відбуватися відповідно до принципів етичності, безпечності та педагогічної доцільності. Особлива увага приділяється не лише технічним аспектам використання інтелектуальних систем, але й формуванню цифрової культури вчителя, здатного ефективно застосовувати ШІ в освітньому процесі.

У математичній освіті технології штучного інтелекту виконують низку важливих функцій: аналітичну, дидактичну, мотиваційно-підтримувальну, організаційно-супровідну.

З огляду на це, штучний інтелект у математичній освіті виступає не

просто інструментом цифровізації, а інтелектуальним партнером педагога, що підсилює педагогічну взаємодію, сприяє розвитку адаптивного мислення учнів, забезпечує зв'язок теорії з практикою та формує умови для індивідуалізації навчального процесу.

Педагогічна роль ІІІ полягає у реалізації принципів адаптивності, персоналізації, інтерактивності та науковості навчання, що поєднують у собі як класичні дидактичні положення, так і сучасні технологічні підходи. Завдяки використанню інтелектуальних освітніх платформ, віртуальних асистентів і чат-ботів, створюються умови для діалогічного навчання, де відбувається безперервна взаємодія між учнем і навчальною системою.

Отже, можна стверджувати, що інтеграція штучного інтелекту в математичну освіту:

- відкриває нові можливості для індивідуалізації навчання;
- підвищує ефективність засвоєння знань завдяки адаптивному підбору навчального контенту;
- сприяє розвитку когнітивних і метакогнітивних умінь учнів;
- трансформує роль учителя у напрямі фасилітатора, аналітика та наставника;
- формує нову освітню культуру, де поєднуються технологічні інновації та гуманістичні цінності освіти.

Таким чином, у результаті проведеного аналізу встановлено, що штучний інтелект є каталізатором якісних змін у математичній освіті, який сприяє формуванню адаптивно-інтелектуальної моделі навчання, зорієнтованої на особистісний розвиток учня, розвиток його математичної грамотності, критичного мислення та здатності до творчого застосування знань у мінливих умовах сучасного світу.

РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ІНТЕГРАЦІЇ АДАПТИВНОГО НАВЧАННЯ НА ОСНОВІ ІІІ У ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ

2.1. Аналіз освітніх платформ та додатків з адаптивними можливостями при вивченні математики

Нинішня система освіти переживає період інтенсивної діджиталізації, де ключовим вектором стає симбіоз новітніх технологій та ідей особистісно-орієнтованого навчання. Завдяки впровадженню адаптивних середовищ, що функціонують на базі штучного інтелекту, з'являється можливість якісно трансформувати навчальний процес. Головна мета таких інструментів — моделювання індивідуальної освітньої траєкторії, де зміст, складність і швидкість подачі матеріалу автоматично коригуються відповідно до реальних потреб і здібностей конкретного учня.

Необхідність аналізу сучасних адаптивних освітніх платформ зумовлена тим, що сьогодні існує велика кількість цифрових рішень, які по-різному реалізують механізми адаптації. Одні з них зосереджені на формуванні персональних траєкторій навчання, інші — на інтелектуальній діагностиці знань або гейміфікації освітнього процесу, тощо. Розуміння принципів їх роботи, дидактичних можливостей і технічних особливостей є важливим етапом для наукового обґрунтування інтеграції ІІІ у навчання математики та розроблення ефективних адаптивних методик у закладах середньої освіти.

Адаптивні освітні платформи можна класифікувати за різними критеріями, залежно від того, який аспект розглядається — технологічний, педагогічний або функціональний. Систематизований поділ за основними групами подано в таблиці 2.1, де наведено платформи та додатки, які є або спеціалізованими математичними інструментами, або гнучкими мультидисциплінарними адаптивними системами, що охоплюють математику.

Таблиця 2.1.

Класифікація адаптивних освітніх платформ

Критерії класифікації	Група / тип платформ	Характеристика	Приклади платформ/додатків
За рівнем адаптивності	Статичні з елементами адаптації	Мають обмежену гнучкість, учень самостійно обирає рівень складності	Khan Academy (базова версія), Moodle з умовами доступу
	Динамічні адаптивні	Автоматично підлаштовують навчальний контент до рівня знань та темпу учня	DreamBox, ALEKS, Newton Alta
	Інтелектуальні навчальні системи (ITS)	Використовують моделі мислення, прогнозують відповіді, формують індивідуальні пояснення	Carnegie Learning, ASSISTments, Squirrel AI
За педагогічною функцією	Навчальні	Подання матеріалу з поступовим ускладненням та адаптацією до прогресу учня	Coursera adaptive, EdApp
	Діагностично-аналітичні	Збирають та аналізують дані про навчальні результати, визначають прогалини	ClassDojo, Schoology Analytics, Google Classroom AI
	Тренувально-корекційні	Формують вправи для закріплення навичок, змінюючи рівень складності	Quizizz adaptive mode, Khan Academy Practice
	Рекомендаційно-навігаційні	Формують персональні траєкторії навчання, надають рекомендації	Century Tech, Edmodo AI, Knewton
За технологічною основою	З алгоритмами ШІ	Застосовують машинне навчання, нейромережі, аналітику великих даних	DreamBox, Century Tech, Squirrel AI
	Без ШІ (правилова адаптація)	Використовують логічні сценарії типу «if-then», без самонавчання системи	Smart Sparrow (рання версія), Moodle Adaptive Rules
	Гібридні	Поєднують автоматичну адаптацію з ручним налаштуванням викладача	ClassCraft, Moodle AI plugins
За освітнім рівнем використання	Шкільні (К–12)	Адаптація до рівня та віку учнів середньої школи	DreamBox, ALEKS, Khan Academy Kids
	Університетські / професійні	Підтримують компетентнісний підхід і дистанційне навчання	Smart Sparrow, Coursera adaptive, Learnosity

Критерії класифікації	Група / тип платформ	Характеристика	Приклади платформ/додатків
	Післядипломні / корпоративні	Персоналізація під професійні ролі, розвиток навичок	LinkedIn Learning, Docebo, EdCast
За формою взаємодії	Автоматизовані	Система самостійно управляє навчальним процесом і прогресом	Century Tech, ALEKS
	Напівавтоматичні	Викладач може коригувати траєкторію або налаштування адаптації	Moodle AI plugin, ClassCraft
	Колаборативні	Поєднують індивідуальну адаптацію з груповими формами навчання	Google Classroom AI, Edmodo collaborative mode
За формою реалізації	Онлайн-платформи	Функціонують повністю в інтернет-середовищі, з доступом через браузер	ALEKS, Khan Academy, DreamBox
	Гібридні (blended learning)	Інтегруються з LMS або використовуються у змішаному форматі	Moodle, Google Classroom, Smart Sparrow
	Мобільні додатки	Орієнтовані на мікронавчання, гейміфікацію та швидкі адаптивні сесії	EdApp, Duolingo AI, Elevate

Адаптивні освітні платформи формують багатовимірну систему, у якій технологічна адаптація поєднується з педагогічними принципами персоналізації, діагностики та прогнозування результатів навчання. Їх класифікація дає змогу виокремити напрями подальшого розвитку адаптивного навчання на основі ІІІ в умовах середньої освіти.

Освітні платформи та додатки демонструють широкую географію використання й стали невід'ємною частиною сучасного навчального процесу. У США провідні позиції займають DreamBox Learning та ALEKS, що орієнтовані на індивідуалізацію математичного навчання та розвиток базових умінь. У Великій Британії активно впроваджується Century Tech, відома поєднанням штучного інтелекту з педагогічними підходами до навчання та оцінювання. Міжнародного поширення набули Khan Academy та Moodle, кожен з яких зайняв свою нішу завдяки специфічним перевагам. Khan

Academy завдяки безкоштовній моделі та багатомовній підтримці. У свою чергу, Moodle забезпечує технічний фундамент для навчальних закладів усього світу, пропонуючи гнучку open-source платформу для реалізації сценаріїв адаптивного й змішаного навчання у школах і вищих навчальних закладах у всьому світі.

При порівнянні вищенаведених платформ важливо виокремити особливості за критеріями, що характеризують адаптивні можливості, зокрема, в навчанні математики (табл. 2.2.).

Таблиця 2.2.

Порівняльний аналіз освітніх платформ з адаптивними можливостями

Назва платформи/додатка	Технологічна основа	Педагогічна спрямованість	Адаптивні можливості	Застосування у навчанні математики
DreamBox Learning (США)	Використовує штучний інтелект, машинне навчання для персоналізації завдань	Орієнтація на формування математичного мислення, розвиток логіки, індивідуальний темп навчання	Динамічна зміна завдань залежно від дій учня, автоматичне визначення рівня складності	Ефективна у початковій та середній школі для формування базових математичних понять
ALEKS (McGraw-Hill Education, США)	Алгоритмічна адаптація та модульна оцінка знань	Формування індивідуальних траєкторій, розвиток самостійності	Діагностика прогалин у знаннях, побудова персонального навчального шляху	Підходить для системного повторення та підготовки до іспитів
Khan Academy (США)	Аналітика даних, елементи алгоритмічної адаптації	Підтримка самостійного навчання, візуалізація понять	Рекомендації завдань відповідно до рівня засвоєння	Використовується для самонавчання та доповнення уроків
Century Tech (Велика Британія)	Нейромережовий аналіз даних, комплексний ШІ	Поєднання навчання, оцінювання та підтримки в одному середовищі	Прогнозування помилок, рекомендації індивідуального контенту	Може застосовуватись для математичних курсів старшої школи та STEM-предметів
Moodle з адаптивними плагінами	Логічна адаптація, можливість	Організація змішаного навчання, гнучке	Адаптивні тести, персональні	Використовується у школах і ЗВО як універсальне

Назва платформи/ додатка	Технологічна основа	Педагогічна спрямованість	Адаптивні можливості	Застосування у навчанні математики
(open-source)	інтеграції модулів ІІІ	управління курсами	траєкторії, звіти для викладача	середовище з адаптивними елементами

Проведений аналіз показав, що DreamBox Learning та Century Tech мають найвищий рівень інтелектуальної адаптивності завдяки застосуванню алгоритмів машинного навчання та аналітики великих даних. Платформа ALEKS вирізняється глибиною діагностики знань, що дозволяє вибудовувати логічно обґрунтовані індивідуальні маршрути навчання — це є критично важливим фактором для успішного опанування математики. Водночас Khan Academy приваблює своєю загальнодоступністю та інтуїтивним інтерфейсом. Проте варто зазначити, що механізм адаптації у Khan Academy реалізовано переважно через систему рекомендацій на основі статистики, а не за рахунок комплексних алгоритмів штучного інтелекту. Окремо варто виділити новітній інструмент Khanmigo, який трансформує традиційний підхід платформи Khan Academy. На відміну від стандартних алгоритмів, цей асистент використовує великі мовні моделі для реалізації сократівського методу навчання: замість надання готових відповідей, система залучає учня до діалогу, ставлячи навідні запитання. Це дозволяє не лише адаптувати складність матеріалу, але й стимулювати критичне мислення учнів, наближаючи цифрове навчання до формату індивідуального тьюторингу.

Moodle, попри відсутність вбудованого штучного інтелекту, забезпечує високу гнучкість завдяки відкритій архітектурі та можливості інтеграції адаптивних модулів, що робить її перспективною платформою для українського освітнього простору.

Отже, ефективність використання адаптивних платформ у навчанні математики залежить не лише від рівня технологічної складності системи, а й від педагогічної мети, методичної адаптації контенту та готовності вчителя інтегрувати ці інструменти у навчальний процес.

Наведемо детальний аналіз окремих популярних освітніх платформ за

двома критеріями: принципи роботи адаптивного алгоритму та педагогічна цінність для навчання математики.

Платформа ALEKS (Assessment and Learning in Knowledge Spaces) [23] є однією з найбільш науково обґрунтованих адаптивних систем, що базується на Теорії Простору Знань (Knowledge Space Theory). Посилання на головну сторінку платформи ALEKS із переліком навчальних курсів для різних освітніх рівнів показано на рис. 2.1.

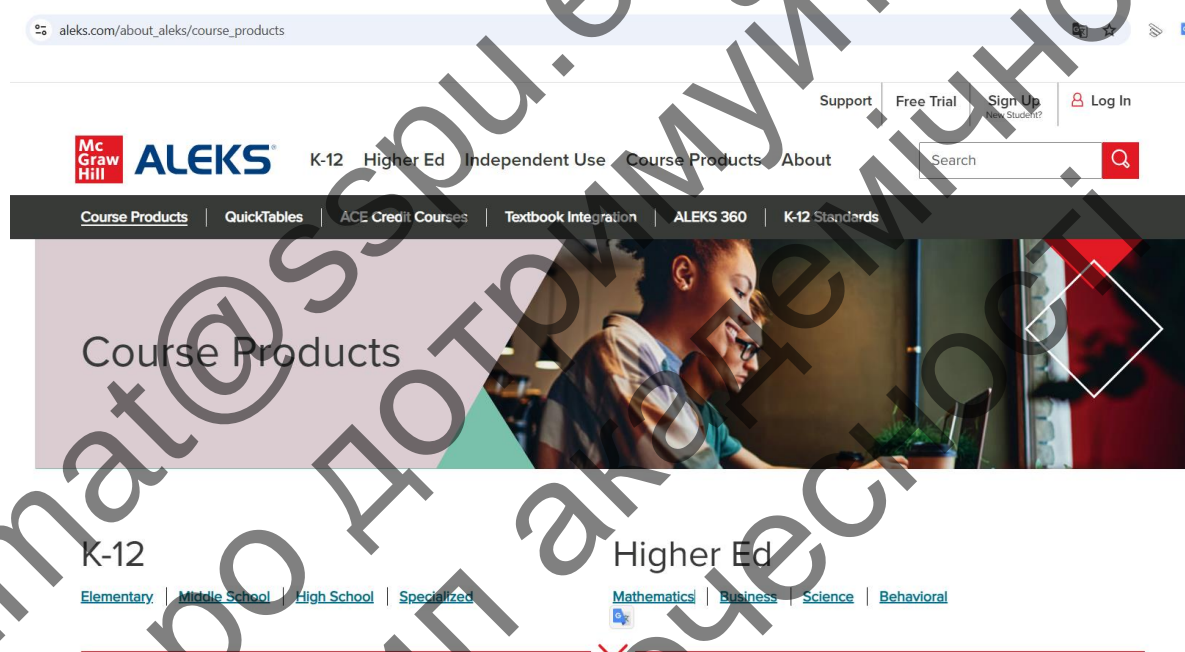


Рис. 2.1. Головна сторінка платформи ALEKS із переліком навчальних курсів для різних освітніх рівнів
(джерело: https://aleks.com/about_aleks/course_products)

Діагностика на платформі відбувається у вигляді початкового тестування (Initial Assessment) та періодичних перевірок знань (Progress Assessments).

При початковому тестуванні діагностика є перманентною і багаторівневою. На початку роботи платформа проводить початкову, неградуйовану оцінку, щоб встановити, які конкретні теми студент точно знає, а які точно не знає. На відміну від звичайних тестів, де правильна відповідь зараховується як знання, ALEKS використовує адаптивні алгоритми для

перевірки коректності та послідовності знань.

ALEKS регулярно проводить спонтанні перевірки (зазвичай після вивчення 25-30 нових тем або через певний час) раніше вивченого матеріалу. Ці перевірки не є оголошеними тестами, а вбудовані у процес навчання, щоб переконатися, що знання не були забуті. Якщо студент не підтверджує знання теми, вона повертається у список завдань.

Фундаментальна відмінність підходу ALEKS полягає в тому, що система не змінює складність окремих вправ, а моделює індивідуальну освітню траєкторію (Learning Path). Адаптація реалізується через динамічний підбір тем: платформа, спираючись на теорію просторів знань, аналізує логічні зв'язки між математичними поняттями. Оскільки математика має чітку ієрархічну структуру (наприклад, опанування квадратних рівнянь неможливе без розуміння властивостей коренів), ALEKS відкриває доступ лише до тих навчальних модулів, для засвоєння яких у здобувача вже сформована необхідна база попередніх знань.

Адаптація зводиться до постійної корекції «пирога знань» (візуальне представлення прогресу студента) та пропонування завдань з «кордону» його знань.

III на платформі ALEKS збирає такі індикатори, як коректність відповіді, послідовність успішних відповідей, реакція на невідомі теми, час виконання.

Система ALEKS історично була сильніша у розвитку процедурних навичок (Procedural Skills) та забезпеченні майстерності у конкретних, чітко визначених математичних об'єктах. Вона вимагає, щоб учень розв'язав завдання, а не обрав відповідь.

Хоча первинно фокус був на навичках, сучасні версії включають інтерактивні пояснення, відео та приклади, які допомагають у концептуальному розумінні. Однак, це розуміння підтверджується практичними розрахунками. ALEKS гарантує, що учень розуміє ієрархію знань, що є критично важливим для математичного мислення (ви не можете

освоїти тему В, якщо не засвоїли тему А).

Система менше орієнтована на відкриті, багатоетапні задачі чи моделювання реальних ситуацій порівняно з деякими іншими платформами. Її сила — у забезпеченні фундаментальної грамотності у розрахунках та алгоритмах.

Система відразу вказує на неправильність відповіді, тому зворотний зв'язок є миттєвим.

Після неправильної відповіді (або кількох неправильних відповідей), ALEKS пропонує кнопку «Пояснення» (Explanation) або «Переглянути» (Review). Це пояснення зазвичай надає покроковий розв'язок схожої задачі, а також може містити посилання на попередні, пов'язані теми, які студент, можливо, забув.

Хоча ALEKS не завжди діагностує конкретний тип логічної помилки (наприклад, невірно застосована формула), вона виправляє її, показуючи правильний процес розв'язання. Це дозволяє учневі порівняти свій хід думок із еталонним.

ALEKS є потужним інструментом для діагностики та диференціації в руках викладача. Вчитель отримує високодеталізовані звіти, це індивідуальний «Пиріг Знань» для кожного учня. Платформа показує, які теми весь клас засвоїв, а які викликають найбільші труднощі, що дозволяє вчителю планувати фронтальне повторення. Формується звіт про час, витрачений на кожну тему та загальний прогрес.

Платформа трансформує підхід до усунення прогалин у знаннях: замість повторного викладу теми для всіх, учитель отримує дані для персоналізованої допомоги тим, хто дійсно цього потребує.

Додатковою перевагою є можливість формування адаптивних вибірок завдань для тренування конкретних навичок. Фактично, система виступає у ролі «цифрового асистента», який забезпечує об'єктивний зворотний зв'язок про прогрес групи, що дає змогу педагогу зосередити безпосереднє спілкування на розв'язанні нестандартних задач та розвитку критичного

мислення.

Century Tech [28] — позиціонується як комплексна екосистема, керована штучним інтелектом. Завдяки технологіям машинного навчання, платформа здатна моделювати персоналізовані сценарії навчання, адаптуючись до потреб здобувача освіти. Серед доступних курсів важливе місце займає математичний цикл. (рис. 2.2.).

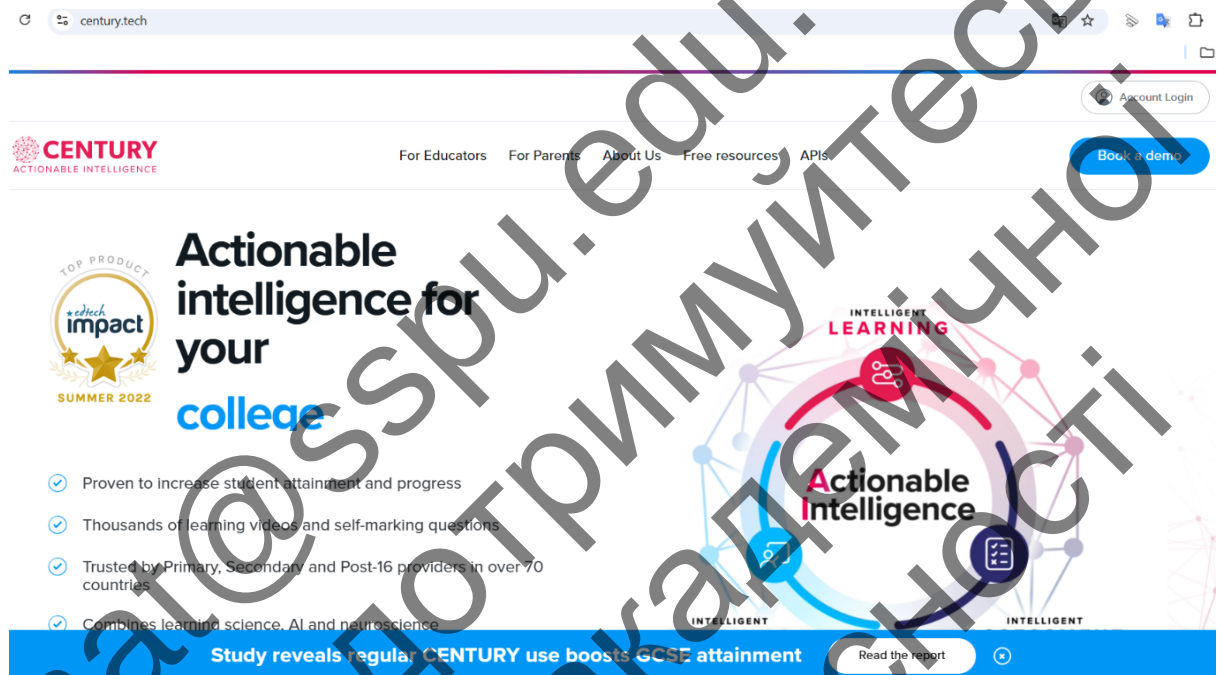


Рис. 2.2. Головна сторінка освітньої платформи *Century Tech* (джерело: <https://www.century.tech/>)

Century використовує ШІ-алгоритм, який вони називають «нейронною мережею» (Nudge Engine), для постійної оцінки знань та прогалин учнів.

На старті учні проходять діагностичні мікро-тести з матеріалу, який вони мають вивчити. Це дозволяє ШІ швидко створити початковий профіль знань, виявивши прогалини (знання, яких бракує) та рівень майстерності (що вже засвоєно). Діагностика є неперервною.

Усі завдання на платформі називаються «наггетсами» (Nuggets). Кожна взаємодія учня з наггетсом (правильна/неправильна відповідь, час, використання підказок) переоцінює його поточний стан знань. ШІ постійно перевіряє, чи не забув учень раніше засвоєний матеріал, пропонуючи його для повторення.

Центральним елементом адаптивної системи Century Tech виступає індивідуалізована освітня траєкторія (Personalised Learning Path). Технічно процес навчання реалізується через так звані «нагетси» (nuggets) — мікро-уроки, послідовність та змістове наповнення яких динамічно коригуються алгоритмами штучного інтелекту. Ключовою особливістю є здатність системи автоматично діагностувати причини неуспішності: якщо учень не може опанувати нову тему через відсутність фундаментальних знань (наприклад, навички роботи з дробами), алгоритм інтегрує в його маршрут відновлювальні блоки, навіть якщо відповідний матеріал вивчався у попередніх класах.

Платформа забезпечує варіативність навчання через різноманітні форми контенту: відеолекції, теоретичні пояснення, тестові завдання та практичні вправи. Стратегія адаптації залежить від успішності користувача: для тих, хто припускається системних помилок, збільшується частота теоретичних пояснень, тоді як учні з високим темпом засвоєння отримують більше практичних завдань. Для прийняття таких рішень ШІ аналізує комплекс індикаторів: точність відповідей, рівень майстерності, час реакції, стійкість знань (Retention), а також патерни використання підказок та типи допущених помилок.

Методична архітектура Century Tech спрямована на гармонізацію процедурних навичок та концептуального розуміння.

Процедурні навички (автоматизм дій) формуються шляхом виконання значного обсягу вправ у форматі мікро-уроків, що є найбільш ефективним для відпрацювання математичних алгоритмів.

Концептуальне розуміння забезпечується через попереднє опрацювання відео- та текстових матеріалів. Крім того, практичні завдання часто орієнтовані не лише на обчислення, а й на прикладне застосування теорії.

Як і більшість адаптивних платформ, Century Tech демонструє найвищу ефективність у діагностиці та нівелюванні прогалин у базовій підготовці. Хоча якісний контент сприяє розвитку мислення вищого порядку, основна цінність ШІ в даному випадку полягає у формуванні міцного фундаменту, що є

передумовою для подальшого розвитку критичного мислення.

Система забезпечує миттєвий зворотний зв'язок. У ситуації, коли учень дає неправильну відповідь або потребує підтримки, активується механізм скаффолдингу: платформа надає контекстні підказки або перенаправляє до пояснювального модуля («нагтетса»), який містить необхідну теорію та розбір прикладів.

Хоча система не завжди може дати індивідуалізовану відповідь на чому саме учень помилився (як це зробив би досвідчений вчитель), вона спрямовує його до коректної логіки через повторне вивчення необхідної концепції.

Century Tech позиціонується як інструмент, що підсилює викладача, а не замінює його.

Аналітична Панель (Teacher Dashboard) – це головний інструмент інтеграції. Вчитель отримує детальні Heatmaps (теплові карти) класу, які візуально показують колективні прогалини, індивідуальні проблеми, показник зусиль.

Використання платформи Century Tech дозволяє оптимізувати аудиторне навантаження, поклавши на штучний інтелект завдання з моніторингу та індивідуального тренування. Це створює резерв часу для більш продуктивних форм педагогічної взаємодії, таких як проблемні дискусії чи проєктна діяльність. Спираючись на точну аналітику системи, вчитель отримує змогу реалізувати глибоку диференціацію навчання, зосереджуючи увагу на індивідуальних потребах учнів та підвищуючи загальну ефективність освітнього процесу

Khan Academy [39] – це міжнародна некомерційна освітня платформа, що надає безкоштовний доступ до великої бібліотеки відеоуроків та інтерактивних вправ для персоналізованого навчання здобувачів освіти з різних дисциплін. Її адаптивність базується не стільки на складному ШІ, скільки на чіткій педагогічній моделі *Mastery Learning*, яка персоналізує темп навчання для кожного учня. Адаптивність *Khan Academy* – це, перш за все, персоналізація темпу та шляху навчання на основі досягнення майстерності.

Діагностика вбудована у сам процес навчання та відбувається через постійний моніторинг через практичні завдання, тести розділу та виклики курсу (Unit Tests & Course Challenges). Учень дивиться відео, а потім виконує практичні вправи. Система відстежує його успішність у реальному часі (рис. 3.2.).

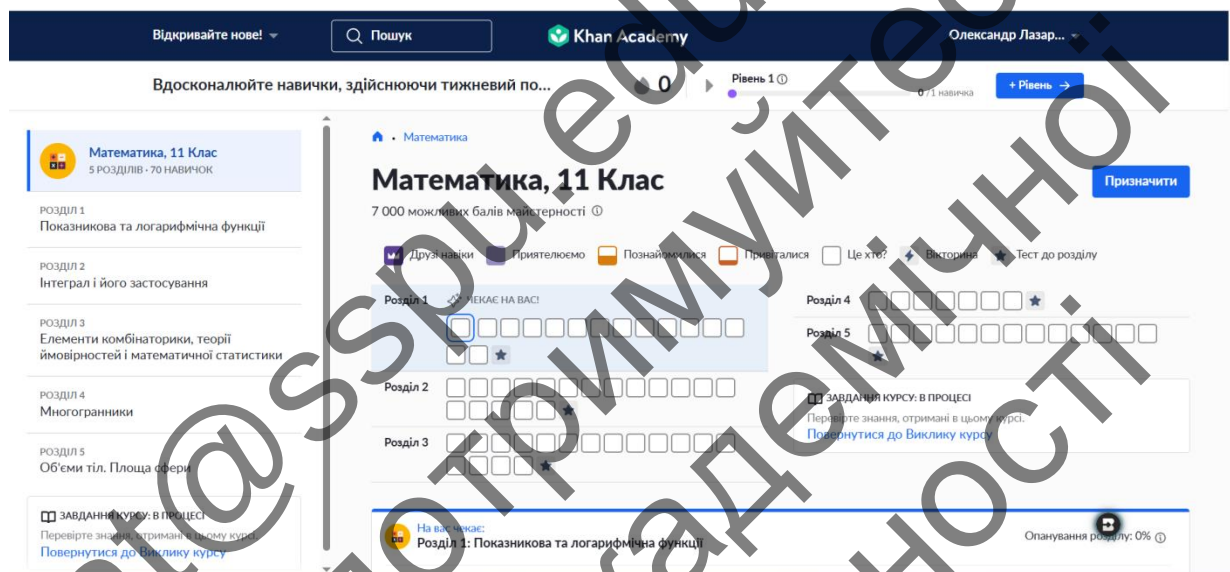


Рис. 2.3. Фрагмент навчального модуля з теми «Показникова та логарифмічна функції» на платформі Khan Academy (джерело: <https://uk.khanacademy.org/math/11-klas>)

Тести розділу та виклики курсу (Unit Tests & Course Challenges) – це основні інструменти діагностики. Учень може пройти тест на початку вивчення розділу, щоб система визначила, якими навичками він вже володіє, і дозволила їх пропустити. "Виклик курсу" — це комплексний тест, що охоплює весь матеріал курсу і дозволяє швидко виявити загальні прогалини у знаннях.

На відміну від ALEKS, Khan Academy не проводить єдиного початкового тестування, що визначає весь подальший шлях. Діагностика відбувається на рівні окремих навичок та розділів.

Рівень володіння навичкою (Skill Level) – головний об'єкт адаптації. Система підвищує рівень володіння навичкою (від «Спроба» до «Знайомий», «Просунутий» і «Засвоєно») залежно від кількості правильних відповідей

поспіль. Якщо учень помиляється, рівень може знизитись, і система запропонує пройти цю навичку знову.

Хоча цей ресурс поступається системам із глибоким машинним навчанням у гнучкості, він забезпечує ефективну адаптацію через структурованість контенту. Платформа блокує «перескакування» тем, вимагаючи засвоєння базового рівня перед переходом до наступного етапу. Функція підтримки реалізована через адресні рекомендації: якщо учень припускається помилок, сервіс автоматично підбирає релевантні пояснювальні матеріали (відео або текст) для корекції знань.

III на платформі Khan Academy збирає такі індикатори, як правильність відповіді, кількість спроб, прогрес у досягненні мети курсу (Course Mastery Goal), час, витрачений на завдання.

Khan Academy прагне до балансу. Концептуальне розуміння досягається через короткі, змістовні відео лекції від Салмана Хана та інших експертів. У них пояснюється не тільки «як» розв'язувати, але й «чому» це працює саме так. Процедурні навички відпрацьовуються через велику кількість практичних завдань, які необхідно виконати для досягнення рівня «Засвоєно».

Попри те, що система першочергово орієнтована на формування предметної компетентності, її контент, особливо на просунутих рівнях, містить завдання інтегративного характеру. Такі вправи є комплексними та передбачають синтез різних математичних концепцій для розв'язання однієї проблеми. Це дозволяє розглядати платформу як надійний інструмент для закладання теоретичного фундаменту, спираючись на який, педагог може ефективно впроваджувати методики розвитку критичного мислення.

Система характеризується оперативністю реакції на дії учня. Однією з ключових особливостей є якісний методичний супровід: якщо користувач не може впоратися із завданням, інтерфейс пропонує варіативні сценарії підтримки. Це може бути активація підказки, перехід до релевантної статті чи відеолекції, або ж демонстрація правильного розв'язку для аналізу помилок.

Khan Academy надає вчителям потужні та прості у використанні

інструменти для інтеграції у навчальний процес. Вчитель може створювати класи, додавати учнів і відстежувати їхній прогрес у реальному часі використовуючи панель інструментів вчителя (Teacher Dashboard).

Система моніторингу надає педагогу вичерпні дані щодо успішності як класу в цілому, так і кожного окремого учня. Аналітичні звіти чітко диференціюють навички за статусом: від повністю опанованих до тих, що знаходяться на етапі формування або потребують додаткової уваги через велику кількість помилок. Така візуалізація прогресу є основою для стратегічного планування занять.

Функціонал платформи дозволяє гнучко керувати домашньою роботою, призначаючи специфічні мультимедійні ресурси (відео, статті) або практичні блоки. Це створює оптимальні умови для впровадження технології «перевернутого класу», коли ознайомлення з теоретичним матеріалом виноситься на самостійне опрацювання, а аудиторний час присвячується практичному закріпленню знань під менторством учителя.

Завдяки звітам, вчитель може легко визначити учнів, які відстають, і призначити їм додаткові завдання для заповнення прогалін, а учням, які випереджають програму, – складніші теми.

Таким чином, Khan Academy слугує чудовим помічником для вчителя, автоматизуючи рутинну перевірку базових навичок і надаючи цінну аналітику для персоналізації та диференціації навчання на уроці.

Аналіз адаптивних платформ (ALEKS, Century Tech, Khan Academy) виявив три ключові тенденції, що є спільними для ефективного застосування ІІІ у викладанні математики:

1. Усі розглянуті системи відійшли від простої фіксації оцінок. Вони використовують алгоритми для неперервної діагностики (тести, спонтанні перевірки, оцінка в процесі) та прогнозування забування (ALEKS використовує Теорію простору знань, Century Tech – «нейронну мережу»). ІІІ зосереджений на ідентифікації та заповненні конкретних прогалін у знаннях, а не лише на проходженні тем послідовно.

2. Основою адаптації є вимога повного засвоєння базової навички перед переходом до наступної. Це забезпечується системою рівнів (Khan Academy) або вимогою підтвердження знань через постійні перевірки (ALEKS).

3. Усі платформи надають викладачам деталізовані звіти, які візуалізують індивідуальні та колективні прогалини. Це перетворює ІІІ на потужний діагностичний помічник, що дозволяє вчителю зосередити живе спілкування на корекції логічних помилок та складних концепціях.

В Україні для навчання математики використовується низка платформ та додатків, які мають елементи адаптивних можливостей, більшість з яких використовує логічну або алгоритмічну адаптацію (не повноцінні ITS, як DreamBox чи ALEKS), а також інтегрує можливості сучасних чатботів на основі ІІІ.

Серед українських платформ з елементами адаптації, які активно працюють в Україні в сфері освіти, можна виділити:

GIOS (Online math school GIOS) – платформа яка позиціонує себе як інтерактивна онлайн-школа математики зі Штучним Інтелектом. GIOS використовує ІІІ для відстеження прогресу для батьків, надання аналітики та оцінювання для вчителів, а також має інтерактивну складову, що охоплює шкільний курс.

Learning.ua – освітня платформа, яка пропонує інтерактивну онлайн-програму з математики для учнів 1-11 класів. Процес навчання відбувається за сценарієм дітей і передбачає елементи гейміфікації (отримання «життя» та «балів») та відображення прогресу, що є формою алгоритмічної адаптації.

МійКлас – українська електронна освітня система, що надає завдання з математики, відображає поточний стан вивчення предмета відповідно до програм МОН України та дозволяє організовувати навчання класами.

Міжнародні платформи також активно використовуються в Україні. Такі як Matific та Khan Academy (українська версія).

Matific – освітня платформа з фокусом на математику для дітей (4-12 років), що використовує ігрову форму (понад 450 інтерактивних завдань).

Matific забезпечує адаптацію, відстежуючи успіхи учнів у режимі реального часу, підкреслюючи, що саме вони знають, а які напрямки варто вдосконалити.

Khan Academy (українська версія) має тисячі безкоштовних мікролекцій, зокрема, з математики.

Хоча проаналізовані платформи чудово справляються з індивідуалізацією темпу та забезпеченням міцного процедурного фундаменту, вони демонструють критичні обмеження, які мають бути компенсовані вчителем, а саме:

- Системи ефективні лише у сфері формалізованих відповідей (числа, вибір). ІІІ-інструменти не здатні адекватно оцінювати відкриті, багатоетапні задачі, які вимагають розгорнутого обґрунтування, творчого підходу чи побудови математичної моделі [20]. Процес розв'язання, що є ключовим для розвитку мислення, залишається поза увагою.

- За своєю суттю, адаптивне навчання є індивідуальним, що ігнорує необхідність розвитку комунікативних та кооперативних компетентностей. Викладання математики в еру компетентнісного підходу вимагає вміння обговорювати, аргументувати та працювати в команді, чого ІІІ-платформи не забезпечують.

- Основний внесок ІІІ полягає у заповненні прогалин у базових навичках. Хоча це необхідна умова, самі по собі платформи не є головним рушієм для розвитку критичного мислення вищого порядку та міжпредметної інтеграції.

Аналіз показав, що найбільш перспективним є не повна заміна, а гібридна інтеграція ІІІ, його використання повинно доповнювати традиційні методи навчання [20].

2.2. Можливості та механізми застосування чатботів на основі ІІІ для адаптивного навчання математики

Окремої уваги заслуговують чатботи на основі ІІІ, які відіграють критично важливу роль у впровадженні адаптивного навчання та мають

специфічні характеристики, що відрізняють їх від інших інструментів штучного інтелекту та освітніх платформ.

Хоча чатботи є частиною ширшої концепції адаптивного навчання, їхня основна відмінність від повноцінних адаптивних навчальних платформ (наприклад, LMS з інтегрованими алгоритмами) полягає у фокусі їхнього функціоналу та способі взаємодії, що можемо прослідкувати в табл. 2.3.

Таблиця 2.3.

Відмінності та особливості чатботів в порівнянні з адаптивними навчальними платформами

Аспект	Чатбот (на основі ШІ)	Адаптивна навчальна платформа
Основна функція	Ведення розмови з людиною, надання оперативної підтримки та зворотного зв'язку	Організація та управління навчальним процесом, розміщення структурованого контенту, моніторинг
Особливість взаємодії	Діалогова форма (питання-відповідь, розмова). Надання персоналізованої підтримки та консультацій	Системна форма (курси, тести, завдання, розклад)
Обробка даних	Ефективно обробляє значні обсяги текстової інформації. Фокус на розумінні контексту запиту	Структурований доступ до інформації про навчальний процес (плани курсів, оцінки)
Сфера адаптації	Адаптує зміст і формат завдань та змінює контент відповідно до змінних потреб	Адаптує навчальні цілі, коригує матеріал відповідно до стилю навчання та рівня знань
Інтеграція	Зазвичай інтегрується в наявні платформи (LMS або месенджери) для отримання структурованих даних	Є базовою платформою, з якою чатботи інтегруються для отримання даних

Впровадження інтелектуальних чатботів у навчальний простір закладів середньої освіти стає провідним вектором модернізації викладання точних наук. У системі новітніх освітніх технологій ці інструменти виконують унікальну функцію комунікаційного посередника, забезпечуючи інтерактивну взаємодію учня з навчальним матеріалом. Якщо класичні системи управління навчанням (LMS) часто функціонують як статичні сховища інформації, то асистенти на базі великих мовних моделей (LLM) трансформують цей процес.

Завдяки технологіям обробки природної мови, вони здатні підтримувати повноцінний діалог, наближаючи цифрове навчання до формату живого спілкування з тьютором.

Завдяки здатності моделювати людське спілкування та надавати семантично точні пояснення, такі платформи, як ChatGPT [29] та Gemini [33], набувають статусу важливих допоміжних засобів у сучасній школі. Саме якість генерації контенту дозволяє цим сервісам активно впливати на трансформацію підходів до навчання.

Обидва чатботи, будучи провідними великими мовними моделями (LLM), здатні підтримувати адаптивне навчання, але досягають цього за допомогою різних ключових можливостей.

Важким аргументом на користь використання Gemini в освітніх цілях є здатність нейромережі до мультимодальної обробки інформації. Інтеграція різних каналів сприйняття — від тексту і коду до візуального та аудіального контенту — відкриває широкі можливості для створення гнучкого навчального середовища. Учні можуть завантажувати рукописні розв'язки для миттєвої перевірки та корекції, отримувати візуалізовані пояснення геометричних та графічних концепцій, просити створити навчальні матеріали на основі завантажених відео.

Ця можливість Gemini створює більш органічні та природні способи взаємодії зі штучним інтелектом, що особливо важливо для адаптації до різних стилів сприйняття учнів.

Перевага ChatGPT як інструменту для навчання математики полягає у його здатності виходити за межі простого обчислення, пропонуючи учням покрокове пояснення логіки розв'язання. На відміну від стандартних математичних додатків, ця модель ефективно інтерпретує умови текстових задач, допомагаючи школярам формувати навички математичного моделювання. Крім того, завдяки функції Advanced Data Analysis, система дозволяє візуалізувати абстрактні поняття через автоматичну побудову графіків та діаграм, що сприяє глибокому концептуальному розумінню

матеріалу.

Порівняльний аналіз інструментів у контексті адаптивного навчання свідчить про доцільність їх комбінованого застосування. Gemini, завдяки здатності опрацьовувати різні типи даних, є незамінним помічником для наочно-образної підтримки учнів, особливо при вивченні геометрії чи аналізі функцій. Натомість ChatGPT демонструє вищу ефективність при роботі з текстовими формулюваннями та покроковим поясненням алгоритмів. Синергія цих технологій дозволяє створити максимально гнучке середовище, що реагує як на потреби у візуалізації, так і на запит щодо логічного обґрунтування розв'язків.

Окрім широко використовуваних ChatGPT від OpenAI та Gemini від Google, у навчанні математики активно задіюються спеціалізовані ШІ-інструменти та додатки, які надають миттєвий зворотний зв'язок і покрокові рішення. До них належать Microsoft Math Solver, Microsoft Copilot (раніше Bing Chat), Wolfram Alpha, Photomath, QANDA, Mathos AI тощо.

Microsoft Math Solver [45] – це потужний освітній інструмент, розроблений компанією Microsoft, який використовує технології штучного інтелекту для розв'язання широкого спектру математичних задач, надаючи при цьому детальні покрокові пояснення та додаткові навчальні матеріали. Це більше, ніж просто калькулятор, це інтерактивний помічник для навчання. Основні характеристики наведено в табл. 2.4.

Таблиця 2.4.

Характеристика Microsoft Math Solver

Критерій	Опис
Технологічна основа	Штучний інтелект (AI), машинне навчання (ML). Використовує вдосконалені алгоритми розпізнавання математичних символів і мовну модель для генерації пояснень
Формат	Мобільний додаток (iOS, Android), вебверсія

Критерій	Опис
Мультиmodalність	Підтримує введення задач трьома основними способами: написання від руки (на сенсорному екрані), фотографування (друкованого або рукописного тексту) та введення тексту за допомогою математичної клавіатури
Охоплення предметів	Широкий спектр тем: арифметика, алгебра, тригонометрія, диференціальне та інтегральне числення, статистика, лінійна алгебра тощо
Ключовий функціонал	Покрокові рішення, побудова графіків функцій, інтерактивні вікторини, посилання на навчальні відео (з YouTube) та робочі аркуші

Microsoft Math Solver є цінним інструментом для реалізації адаптивного та персоналізованого навчання завдяки можливостям миттєвого зворотного зв'язу та самоперевірки, візуалізації та глибокого розуміння, персоналізованої підтримки та додаткових ресурсів.

Учні можуть миттєво перевіряти правильність своїх розв'язків домашніх завдань, фотографуючи їх. Система одразу надає результат і вказує на помилки. Замість того, щоб просто дати остаточну відповідь, додаток пропонує детальне розбиття процесу розв'язання на кроки. Це допомагає учневі зрозуміти логіку та алгоритм розв'язання, що є основою адаптивного підходу.

Застосування інструменту сприяє розвитку концептуального розуміння математики завдяки можливостям динамічної побудови графіків та порівняльному аналізу різних методів розв'язання. Такий підхід не лише візуалізує абстрактні поняття, а й адаптує навчання до індивідуального когнітивного стилю учня.

Система також реалізує принцип персоналізованої підтримки: виявивши прогалини у знаннях, вона автоматично пропонує допоміжні ресурси (відеолекції, квізи) для їх усунення. У педагогічній практиці цей засіб ефективний для оперативного генерування тренувальних вправ та посилення наочності навчального процесу.

Microsoft Copilot [44] — це мультифункціональний інструмент,

побудований на базі новітніх технологій штучного інтелекту та веб-пошуку, розроблений Microsoft. Він використовує передові великі мовні моделі (як правило, GPT-4 від OpenAI) у поєднанні з актуальними даними з пошукової системи (Bing Search). Його ключова перевага використання в навчанні полягає у наданні користувачеві актуальної, контекстуалізованої інформації через зручний розмовний інтерфейс. Крім того, система тісно пов'язана з іншими продуктами компанії, що дозволяє ефективно використовувати можливості ШІ для роботи з текстами, таблицями та комунікаційними платформами. Основні характеристики наведено в табл. 2.5.

Таблиця 2.5.

Характеристика Microsoft Copilot

Критерій	Опис
Технологічна основа	Великі мовні моделі (GPT-4/GPT-4o), інтегровані з пошуковою системою Bing
Формат	Вебверсія (Copilot.microsoft.com), інтеграція в Windows, мобільні додатки, інтеграція в Edge та продукти Microsoft 365
Основна перевага	Актуальність інформації завдяки підключенню до Інтернету (на відміну від деяких версій ChatGPT, які можуть мати обмеження за датою бази знань)
Функціонал для навчання	Розв'язання задач, генерація пояснень, створення навчальних матеріалів, допомога з кодом

Ефективність використання Microsoft Copilot у математичній освіті базується на поєднанні діалогового інтерфейсу з доступом до актуальних баз даних у реальному часі. Цей інструмент виступає потужним засобом персоналізації навчання, забезпечуючи підтримку самостійної роботи учнів через надання аргументованих розв'язків та генерацію адаптивних навчальних матеріалів. Окрім роботи з текстовою теорією, система сприяє розвитку навичок кодування та візуалізації математичних моделей.

Функціонал асистента дозволяє учням опрацьовувати складні рівняння та задачі, отримуючи не просто відповідь, а деталізований алгоритм виконання. Завдяки інтеграції з веб-пошуком, відповіді підкріплюються посиланнями на верифіковані джерела. Ключова відмінність Copilot від

традиційних обчислювальних засобів полягає у його здатності до концептуального пояснення: система може спершу розтлумачити теоретичні основи (наприклад, сутність теореми Піфагора) доступною мовою, і лише потім продемонструвати їх практичне застосування у конкретній задачі.

Вчителі можуть швидко попросити Copilot згенерувати 10 варіантів контрольної роботи на тему «Квадратні рівняння» для двох різних рівнів складності (базового та поглибленого). Copilot може допомогти викладачу розробити сценарій уроку або практичного заняття, включивши інтерактивні елементи та приклади, пов'язані з реальним життям.

Copilot є дуже потужним у роботі з кодом (наприклад, Python, R), що є важливим для вищої математики, статистики та STEM-предметів. Він може допомогти учням, які вивчають програмування, написати код для побудови графіків або виконання складних обчислень. Хоча Copilot сам по собі не є графічним калькулятором (як Microsoft Math Solver), він може інтегрувати графічні рішення або надавати інструкції для побудови графіків у зовнішніх інструментах, або ж описувати властивості функцій.

Для подолання труднощів із розумінням теорії учні можуть використовувати Copilot як інтелектуальний редактор. Система дозволяє ввести значний обсяг тексту з підручника та згенерувати на його основі лаконічні висновки або спрощені пояснення складної термінології, адаптовані до рівня знань конкретного користувача.

Wolfram Alpha [55] – це система обчислювального інтелекту (computational knowledge engine), яка генерує прямі відповіді на запити шляхом динамічної обробки власних структурованих даних та використання математичних алгоритмів, замість традиційного пошуку релевантних веб-документів в Інтернеті. На відміну від традиційних пошукових систем, які надають списки посилань, Wolfram Alpha обробляє запити, використовуючи власні вбудовані алгоритми та величезну базу даних структурованих фактів (яка включає значні математичні, наукові та статистичні дані), щоб генерувати прямі відповіді, обчислення та візуалізації. Основні характеристики Wolfram

Alpha наведено в табл. 2.6.

Таблиця 2.6.

Характеристика Wolfram Alpha

Критерій	Опис
Технологічна основа	Обчислювальний механізм знань (Computational Knowledge Engine), Mathematica
Формат	Вебверсія (браузер), мобільний додаток, а також інтеграція в інші ІІІ-інструменти (наприклад, деякі версії ChatGPT можуть використовувати його для точних обчислень)
Ключова перевага	Здатність виконувати складні символічні та чисельні обчислення, а також аналізувати та візуалізувати наукові та математичні дані
Адаптивний потенціал	Надає результати у різних формах (графіки, таблиці, покрокові розв'язки), адаптуючи подання інформації до типу запиту

Wolfram Alpha відіграє роль ключового інструменту в навчально-дослідницькій діяльності, забезпечуючи глибокий аналіз математичних моделей та розвиток навичок візуалізації. Унікальність системи полягає у здатності не лише виконувати високоточні обчислення (від розв'язання систем рівнянь до знаходження похідних та інтегралів), а й демонструвати деталізований алгоритм отримання результату. Такий підхід трансформує процес навчання: учень отримує змогу простежити логіку перетворень, що є фундаментом алгоритмічного мислення.

Окремої уваги заслуговує графічний модуль платформи, який дозволяє будувати складні двовимірні та тривимірні об'єкти, а також параметричні криві. Це перетворює ресурс на потужний демонстраційний засіб: учитель може наочно показати вплив коефіцієнтів на властивості функції, а учні — здійснити самоперевірку. Додатково функціонал розширюється можливостями обробки статистичних даних.

Учні можуть порівнювати властивості різних математичних об'єктів або функцій, отримуючи структуровану інформацію в одному вікні. У старшій школі інструмент допомагає у міжпредметних зв'язках (наприклад, розв'язання задач із фізики чи хімії, де потрібна математика), оскільки його

база знань охоплює багато наукових дисциплін.

Photomath [46] – один із найбільш популярних мобільних додатків, який використовує технологію комп'ютерного зору (Computer Vision) та штучного інтелекту для розпізнавання, розв'язання та пояснення математичних задач. Його ключова характеристика – це здатність миттєво сканувати та розпізнавати математичні вирази (як рукописні, так і друковані) за допомогою камери смартфона, що робить його незамінним інструментом для швидкої самоперевірки та корекційного навчання. Основні характеристики наведено в табл.2.7.

Таблиця 2.7.

Характеристика Photomath

Критерій	Опис
Технологічна основа	Штучний інтелект, комп'ютерний зір (для розпізнавання вводу), алгоритми розв'язання.
Формат	Мобільний додаток (iOS, Android).
Ключова перевага	Миттєве розпізнавання та покрокове розв'язання задач, сфотографованих з підручника, зошита або дошки.
Охоплення предметів	Арифметика, алгебра, геометрія, тригонометрія, числення (Calculus).
Адаптивний потенціал	Надання миттєвого зворотного зв'язку та пояснень, що забезпечує корекцію навчання.

Photomath функціонує як тренувально-корекційний та діагностично-аналітичний інструмент, що особливо корисний для учнів загальної середньої освіти у контексті самостійної роботи та адаптивного навчання.

Учні можуть фотографувати приклад і одразу отримувати його розв'язання. Це дозволяє їм миттєво побачити, де зроблена помилка, і виправити її, що підсилює ефективність самостійної роботи. Додаток надає детальне розбиття процесу розв'язання на кроки, що допомагає учневі зрозуміти логіку та алгоритм дій, навіть якщо він не може звернутися до

вчителя. Це є ключовим механізмом підтримки адаптивного навчання.

Учителі можуть рекомендувати учням використовувати додаток для самоперевірки, а потім вимагати, щоб учні приходили на урок із власним аналізом, де саме вони мали труднощі, навіть якщо завдання було розв'язане правильно. Це сприяє розвитку критичного мислення. Додаток створює безпечне та приватне середовище для навчання, дозволяючи учням експериментувати та помилятися без страху публічного осуду.

Можливість сканувати завдання без необхідності ручного введення значно спрощує роботу з традиційними підручниками та робочими зошитами [22].

Mathos AI (раніше *MathGPTPro*) [40] — це інноваційний мобільний додаток та вебсервіс, який є персоналізованим репетитором і розв'язувачем математичних задач (*AI Math Solver*) на базі штучного інтелекту. Він спеціально розроблений для допомоги учням та студентам у розв'язанні складних математичних задач, одночасно поглиблюючи їхнє розуміння математичних концепцій на всіх рівнях (від базової алгебри до числення). Основні характеристики наведено в табл. 2.8.

Таблиця 2.8.

Характеристика *Mathos AI*

Критерій	Опис
Технологічна основа	Удосконалені моделі ШІ, спеціалізовані для кількісного та математичного розв'язання проблем
Формат	Мобільний додаток (Android, iOS) та вебверсія
Ключова перевага	Висока точність розв'язання задач (затверджується до 20% вища, ніж у моделей ШІ загального призначення)
Охоплення предметів	Арифметика, алгебра, геометрія, тригонометрія, теорія ймовірності, математична статистика, математичний аналіз, лінійна алгебра
Ключовий функціонал	Покрокові пояснення, персоналізований репетитор 24/7, мультимодальний ввід, понад 40 спеціалізованих калькуляторів

Mathos AI активно сприяє адаптивному та персоналізованому навчанню

завдяки своїм унікальним функціям, що надають можливості персоналізованого репетиторства та адаптації (AI Tutor), забезпечує мультимодальність для різних стилів навчання, дає поглиблене розв'язання та візуалізацію

III-репетитор адаптується до стилю та темпу навчання учня, забезпечуючи індивідуальні вказівки та пояснення для досягнення глибокого концептуального розуміння, а не лише отримання кінцевої відповіді. Інструмент реалізує модель персоналізованого супроводу: він діє як особистий репетитор, до якого можна звернутися в будь-який момент. Така доступність є критично важливою для подолання труднощів у домашній роботі та для якісного повторення тем перед тестуванням.

Підтримує введення задач у різний спосіб — текст, голос, а також фотографування рукописних або друкованих задач, що підвищує інтерактивність. Доступна можливість завантажувати PDF-файли з домашніми завданнями або робочими листами, розв'язувати проблеми безпосередньо в документі та додавати анотації, перетворюючи файли на інтерактивні освітні ресурси.

Надає миттєві, точні рішення з детальними покроковими поясненнями для складних проблем у різних суб'єктах. Включає потужний графічний калькулятор для візуалізації рівнянь та функцій, що допомагає учням упевнено опанувати математику. Наявність понад 40 спеціалізованих калькуляторів (наприклад, для інтегралів, похідних, квадратних рівнянь) адаптує інструмент під конкретні математичні завдання.

Mathos AI виходить за рамки простого розв'язувача, функціонуючи як комплексне адаптивне рішення для навчання, яке автоматизує оцінювання та надає аналітичні дані для розуміння потреб учнів [20].

Чатботи займають ключове місце у впровадженні адаптивного навчання, оскільки вони реалізують принцип персоналізації через безперервну взаємодію в реальному часі. Вони є механізмом, який перетворює зібрані дані на практичні, індивідуалізовані дії.

Завдяки алгоритмам машинного навчання, сучасні чатботи здатні здійснювати глибокий аналіз навчальної поведінки користувача. Система не просто фіксує правильність відповідей, а й враховує час, витрачений на роздуми, та специфіку обраних запитань. Це дає змогу змодельовати індивідуальну траєкторію навчання, адаптуючись до стилю роботи учня та виявляючи «зони ризику» в його знаннях на ранніх етапах. Чатботи дозволяють не лише діагностувати поточний рівень знань, але й визначати стиль навчання та прогнозувати можливі навчальні проблеми.

На основі цієї діагностики чатботи можуть автоматично коригувати матеріал. Це передбачає динамічну зміну рівня складності завдань або адаптацію структури навчальних курсів, дозволяючи учневі засвоювати інформацію в оптимальному для нього темпі. Вони можуть пропонувати персоналізовані освітні стратегії та оперативну підтримку.

Якщо адаптивні навчальні платформи забезпечують структуру та управління навчальним процесом, то чатботи виконують функцію інтерактивної персоналізованої підтримки та діагностики. Інтеграція чатботів із LMS дозволяє створити єдину інтелектуальну екосистему, що перетворює статичну платформу на інтерактивне середовище.

2.3. Методичні рекомендації щодо впровадження адаптивного навчання на основі ШІ у викладання математики

У попередніх параграфах було проаналізовано освітні платформи та додатки з адаптивними можливостями, які демонструють високий потенціал для інтеграції штучного інтелекту (ШІ) у процес навчання. Ці інструменти, доповнені чатботами, що використовують великі мовні моделі (LLM), забезпечують адаптацію навчальних матеріалів до індивідуальних потреб, одночасно реалізуючи функцію оперативного зворотного зв'язку в режимі діалогу, що особливо актуально для складних тем математики в старшій школі. Загальна мета роботи, викладена у вступі, полягає в розробці теоретичних і практичних підходів до інтеграції ШІ в освіту, з акцентом на адаптивне навчання математики. Тому, спираючись на опрацьований матеріал, на прикладі викладання алгебри та початків аналізу в 11 класі можна сформулювати рекомендації щодо впровадження адаптивного навчання на основі ШІ.

У контексті 11-го класу старшої школи, де алгебра охоплює такі теми як «Показникова та логарифмічна функції», «Інтеграл та його застосування», «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики» відповідно до програми затвердженої Міністерством освіти і науки України [15], впровадження адаптивного навчання на основі ШІ, включаючи чатботи, набуває критичної важливості. Старшокласники стикаються з високим рівнем абстракції, що часто призводить до зниження мотивації та тривоги, але чатботи можуть зменшити ці ефекти, надаючи персоналізовані пояснення та підтримку.

Ефективне впровадження адаптивного навчання не є простою заміною підручника на комп'ютер. Це глибока трансформація педагогічного процесу, що ґрунтується на чітких принципах та вимагає відповідних умов.

Потрібно враховувати забезпечення умовами та ресурсами (табл. 2.9.).

Таблиця 2.9.

Необхідні умови та ресурси для впровадження адаптивного навчання на основі ІІІ у викладання математики

Категорія	Умови та ресурси
Педагогічні	Відповідна кваліфікація вчителя: готовність до ролі «фасилітатора» та «аналітика даних», володіння методиками формувального оцінювання, навички промпт-інжинірингу (для роботи з чатботами)
Технічні	Стабільний широкосмутковий доступ до Інтернету в класі, забезпеченість учнів індивідуальними пристроями
Організаційні	Підтримка адміністрації: готовність до гнучкої зміни розкладу та структури уроку, виділення часу на професійний розвиток вчителів з питань освітнього ІІІ
Психо-дидактичні	Мотивація учнів: розвиток внутрішньої мотивації до самостійного навчання Методичне забезпечення: адаптовані навчальні матеріали, чіткі інструкції та критерії оцінювання в новому форматі

Впровадження адаптивних технологій є процесом, що вимагає ретельного планування і складається з кількох послідовних етапів.

Підготовчий етап розпочинається з самооцінки вчителем, щодо власної цифрової компетентності та готовності до зміни педагогічних підходів (від «транслятора знань» до «менеджера освітніх траєкторій»). Продовженням даного етапу буде самопідготовка: вчитель математики повинен пройти низку кроків для опанування необхідних ІІІ-інструментів та методичних підходів.

Участь вчителів в цільових тренінгах є важливим кроком для професійного розвитку. Їх тематика має включати:

- навчання ефективному промптингу (створенню запитів) до чат-ботів для генерації якісних навчальних матеріалів (індивідуальні варіанти контрольних робіт, пояснення складних теорем, наприклад, теореми Лагранжа чи основної теореми інтегрального числення);
- основи функціонування адаптивних алгоритмів та аналізу даних;

- застосування чат-ботів для персоналізації зворотного зв'язку.

Вчителі мають ознайомитися з функціоналом платформ та, що критично, з можливостями ІІІ-чатботів (наприклад, інтегрованих в освітні платформи або автономних), які можуть виступати в ролі "цифрового тьютора". Особливу увагу слід приділити інструментам, що підтримують обчислення похідних, інтегралів та діалогове пояснення кроків розв'язання. Критерії вибору наведено в табл. 2.10.

Таблиця 2.10.

Критерії вибору ІІІ-інструментів (зокрема, чатботів) на прикладі вивчення алгебри та початків аналізу в 11 класі

Критерій	Характеристика застосування у викладанні алгебри
Адаптивність	Здатність автоматично регулювати складність задач та стиль пояснення (наприклад, від формального до більш наочного/аналогійного) на основі профілю учня
Змістова точність	Чат-боти повинні демонструвати високу точність у математичних обчисленнях (особливо інтегруванні та диференціюванні), уникаючи "галюцинацій" у формулах та визначеннях
Сумісність з програмою	Підтримка обчислювальних та пояснювальних функцій для тем: похідні, інтеграли, границі, диференціальні рівняння згідно з затвердженою програмою
Діалогова підтримка	Можливість чат-бота вести конструктивний діалог з учнем, допомагаючи йому крок за кроком знайти помилку в розв'язанні задачі на границі або диференціальне рівняння
Безпека даних	Дотримання законодавства України щодо захисту персональних даних

Рекомендуємо використовувати комбінацію основної адаптивної платформи (наприклад, Khan Academy) для тренінгу та аналітики та допоміжний діалоговий тьютор (наприклад, Gemini) для пояснень та персоналізованої підтримки.

Важливою складовою підготовчого етапу є створення профілю учня, тобто проведення вхідної діагностики з ключових (опорних) тем. Мета — не оцінити, а зібрати початкові дані для ІІІ-системи про наявні знання та, що важливіше, про освітні прогалини кожного учня.

Організаційний етап включає налаштування системи та підготовку навчального середовища. Створюється віртуальний клас на обраній платформі

(наприклад, Khan Academy), здійснюється реєстрація учнів, налаштовуються навчальні цілі (наприклад, модуль «Інтеграл і його застосування»), забезпечується технічна готовність (пристрої, інтернет). Проводиться з учнями вступний інструктаж щодо пояснення мети адаптивного навчання («це ваш персональний тренер») та встановлення «етичного кодексу» використання чат-ботів («використовуйте Gemini, щоб зрозуміти, а не щоб списати»).

Впровадження адаптивного навчання вимагає переосмислення традиційної структури уроку, тому *методичний етап* передбачає:

- перепланування структури уроку для інтеграції ІІІ в урок (теоретична частина (пояснення нового матеріалу) залишається за вчителем, а етап закріплення та відпрацювання навичок передається ІІІ-платформі);
- створення адаптивних завдань (вчитель не створює 30 варіантів завдань вручну, а призначає (курує) навчальні модулі на обраній платформі, яка автоматично генерує завдання відповідної складності для кожного);
- формувальне оцінювання (оцінювання відбувається в реальному часі, коли ІІІ-платформа миттєво надає учню зворотний зв'язок (мікропідказки, покрокові рішення), а вчитель отримує аналітику про прогрес).

На *аналітичному етапі* вчитель регулярно (після кожного уроку/тижня) аналізує дашборд. Основна увага — на «Звіт про навички», який показує, які теми засвоєні, а які потребують корекції.

На основі даних аналітики вчитель виявляє системні помилки (наприклад якщо 70% класу не засвоїли тему, її треба пояснити повторно); призначає індивідуальні корекційні модулі учням, що відстають; пропонує завдання підвищеної складності учням, які швидко просуваються.

Рефлексія відбувається, коли вчитель та учні обговорюють процес навчання (Що було ефективним? Які труднощі виникали при роботі з ІІІ? Як можна покращити взаємодію?)

Важливо навчити учнів відповідально використовувати чат-боти, не для простого копіювання відповідей (наприклад, в обчисленнях похідних та

інтегралів), а для перевірки, навчання та отримання підказок. Вчителі мають проводити інструктаж щодо академічної доброчесності при використанні ШІ.

Слід заохочувати використання чатботів як інтелектуального калькулятора та тьютора, але вимагати від учнів ручного оформлення ключових етапів розв'язання. Наприклад, чатбот допомагає знайти складний інтеграл, але учень повинен пояснити вибір методу (наприклад, інтегрування частинами або заміна змінної).

У старшій школі курс алгебри охоплює складні теми. Викладання ведеться тематичними блоками, що дозволяє гнучко адаптувати навчання. Однак слід зважати на те, що застосування ШІ не є універсально ефективним для всіх розділів. Його доцільно використовувати для тем уроків, що базуються на чітких алгоритмах та вимагають значної практики, оскільки саме там він приносить найбільшу користь.

Доцільно деталізувати межі та форми ефективного застосування адаптивних технологій та ШІ-чатботів у розрізі ключових тем 11 класу. Ефективність інтеграції ШІ прямо залежить від дидактичної мети.

Теми «Показникова та логарифмічна функції» та «Інтеграл та його застосування» є фундаментом математичного аналізу і характеризуються алгоритмічними та концептуальними типами завдань. ШІ може генерувати необмежену кількість завдань, миттєво перевіряти їх та надавати покрокові підказки, якщо учень «застряг» на певному методі (наприклад, метод заміни змінної або інтегрування частинами). Це вирішує проблему браку часу на індивідуальну перевірку вчителем.

Допоміжна роль (концептуальне розуміння) забезпечується тоді, коли мова йде про дослідження властивостей функцій, означення числа e , або усвідомлення геометричного змісту інтеграла як площі, ШІ виступає в ролі «тьютора-візуалізатора», на запит учня він може:

- візуалізувати (наприклад, миттєво побудувати графіки $y=a^x$, $y=a^{x+n}$, $y=a^x+m$ та пояснити різницю);
- продемонструвати, як суми Рімана (площі прямокутників)

наближаються до точного значення площі криволінійної трапеції при збільшенні кількості точок розбиття;

- пояснити зв'язок між похідною та інтегралом (основна теорема інтегрального числення) через діалог, використовуючи різні аналогії.

Блок «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики» один із найперспективніших для інтеграції ІІІ, оскільки він безпосередньо пов'язаний з аналізом даних.

Для розв'язування стандартних комбінаторних задач (перестановки, розміщення, комбінації) ІІІ може виступати як тренажер з миттєвим зворотним зв'язком. Для більш складних, нестандартних задач, чатбот може виступати в ролі «сократівського» тьютора, ставлячи учню навідні запитання («Чи важливий тут порядок елементів?», «Чи є елементи повторюваними?»), що допомагає сформувати правильну стратегію розв'язання.

Максимальний потенціал ІІІ при вивченні матеріалу математичної статистики. Замість рутинних обчислень мір центральної тенденції (середнє, мода, медіана) та дисперсії на малих вибірках, учні можуть використовувати ІІІ-інструменти (включно з чатботами) для аналізу великих, реальних наборів даних. ІІІ може миттєво генерувати полігони частот, гістограми, діаграми «ящик з вусами», аналізувати викиди та допомагати учням інтерпретувати результати в контексті задачі. Це переводить навчання від теоретичних обчислень до практичних навичок.

Тематична диференціація безпосередньо впливає на планування структури уроку. Застосування ІІІ не є рівномірним протягом уроку та має бути педагогічно виправданим на кожному етапі, доповнюючи, а не замінюючи вчителя. Спираючись на різні типи уроків (за Б.А. Оніщуком, Г.І. Щукіною, Н.А. Сорокіним, М.І. Махмутовим, І.Ф. Харламовим та ін.) та їхню визначену структуру, для більшої наочності, розподіл функцій «Вчитель» та «ІІІ-асистент» на уроці можна систематизувати у вигляді таблиці (табл. 2.11).

Таблиця 2.11.

Розподіл функцій між вчителем та ІІІ-асистентом на різних етапах
уроку алгебри

Етап уроку	Діяльність вчителя (модератор, експерт, наставник)	Діяльність ІІІ-асистента (тьютор, тренажер, аналітик)
1.Організаційний етап	Організовує увагу учнів, створює робочу атмосферу	Пасивна роль (забезпечує технічну готовність платформи, завантаження профілів учнів)
2.Етап перевірки д/з та актуалізації опорних знань	Організовує обговорення складних моментів д/з. Проводить усну фронтальну актуалізацію. Формулює питання, що пов'язують попередній матеріал з новим	Автоматично перевіряє індивідуальну частину д/з (тести, задачі). Надає вчителю дашборд з типовими помилками. Може запропонувати 2-3 індивідуальних завдання на актуалізацію («розігрів»)
3.Етап мотивації та цілепокладання	Використовує проблемні ситуації, парадокси, розкриває особистісну значущість теми. Разом з учнями формулює цілі уроку (частина «триєдиної мети»)	Демонструє візуалізацію (напр., «Як інтеграл допомагає розрахувати площу нерівної ділянки») або надає контекст (напр., «Де в ІТ використовуються логарифми?»), посилюючи мотивацію
4.Етап засвоєння нових знань (Пояснення)	Пояснює ключові, концептуальні аспекти теми (доведення теорем, виведення формул). Організовує діалог, відповідає на питання	Використовується вчителем як інтерактивна дошка для візуалізації складних концепцій (графіки функцій, суми Рімана). Учні можуть паралельно ставити чат-боту уточнюючі запитання (напр., «що таке асимптота?»), не перериваючи пояснення вчителя
5.Етап первинної перевірки розуміння	Проводить швидке усне опитування або «сигнальне» голосування (напр., «Хто вважає, що похідна тут додатня?»)	Проводить миттєвий цифровий «зріз» (2-3 тестових завдання на всіх учнів). Негайно показує вчителю відсоток правильних відповідей, виявляючи прогалини
6.Етап закріплення нових знань і способів дій	Організовує диференційовану роботу. Моніторить дашборд ІІІ. Підходить до учнів (або груп), яких система визначила як таких, що мають труднощі, для надання «живої» допомоги	Основний етап роботи ІІІ. Надає кожному учню персоналізований, адаптивний набір завдань. Надає миттєвий зворотний зв'язок, підказки та покрокові рішення
7.Етап контролю та корекції	Аналізує звіти ІІІ про індивідуальний прогрес. Організовує колективну корекцію системних помилок (завдання біля дошки)	Проводить індивідуальний контроль (міні-самостійна робота). Автоматично пропонує корекційні вправи (напр., завдання з «пропусками» або на дрібніші етапи), якщо учень припустився помилки

Етап уроку	Діяльність вчителя (модератор, експерт, наставник)	Діяльність ІІІ-асистента (тьютор, тренажер, аналітик)
8.Етап підбиття підсумків та рефлексії	Проводить педагогічну рефлексію: «Що ми сьогодні дізналися?», «Які труднощі виникали?». Оцінює роботу класу та окремих учнів	Надає учню персоналізовану статистику його роботи на уроці («Ти виконав 10 завдань, твій рівень майстерності з теми «Інтеграл» зріс на 8%»). Може бути використаний для техніки «незакінчене речення»
9.Етап інформації про домашнє завдання	Пояснює мету та інструктаж до д/з. Наголошує на творчій або обов'язковій частині	Автоматично генерує індивідуальне диференційоване д/з на основі прогалин, виявлених під час уроку (сильнішим – складніші задачі, тим, хто відстає – завдання на закріплення бази)

Впровадження ІІІ у викладання математики стикається з двома основними перешкодами. По-перше, це ризик академічної недоброочесності, оскільки учні можуть використовувати чатботи для отримання готових розв'язків завдань. По-друге, це обмежена математична точність ІІІ, що проявляється у можливих «галюцинаціях» під час складних обчислень. Стратегії подолання цих викликів полягають у переході до оцінювання не лише кінцевого результату, а й процесу обґрунтування та аналізу, а також у використанні завдань, де учні мають критично аналізувати помилки чатбота. Крім того, необхідно наголошувати на важливості подвійної перевірки та верифікації відповідей, наданих штучним інтелектом (табл. 2.12).

Таблиця 2.12.

Перешкоди реалізації впровадження адаптивного навчання на основі ІІІ у викладання математики та механізми їх усунення

Перешкоди	Приклад	Стратегія подолання
Ризик академічної недоброочесності	Використання чат ботів для генерації готових розв'язувань завдань	Перехід до оцінювання процесу (обґрунтування, аналіз) замість лише кінцевого результату; використання завдань, які вимагають критичного аналізу помилок чат бота
Обмежена математична точність	Можливі «галюцинації» чат ботів у складних обчисленнях	Наголошення на необхідності подвійної перевірки відповідей ІІІ; навчання учнів верифікації результатів

Масштабування впровадження даних методичних рекомендацій у загальноосвітніх навчальних закладах має відбуватися поетапно, із постійним оновленням навчальних матеріалів для інтеграції найновіших можливостей ІІІ, включаючи вдосконалення діалогових функцій чатботів, які можуть ефективно допомагати в навчанні.

Висновки до другого розділу

У другому розділі кваліфікаційної роботи було розв'язано ключові практично-методичні завдання дослідження. Здійснивши перехід від теоретичного аналізу (представленого у Розділі 1), цей розділ сфокусувався на розробці конкретного інструментарію для впровадження адаптивного навчання на основі штучного інтелекту у викладання математики в старшій школі.

Було ідентифіковано, обгрунтовано та запропоновано вибір ключових ІІІ-інструментів, що відповідають меті дослідження. Для презентації практичної реалізації було обрано інтегрований підхід, що поєднує можливості платформи Khan Academy та генеративного штучного інтелекту Gemini від Google. Такий вибір зумовлений необхідністю синергії двох технологічних концепцій: структурованого адаптивного навчання та інтерактивної підтримки.

Сформульовано комплексний набір методичних рекомендацій для вчителів математики.

Рекомендації було конкретизовано у вигляді розширених планів-конспектів уроків (додаток А, Б). Розробки демонструють практичне застосування гібридної моделі, де вчитель виконує роль мотиватора та фасилітатора, а ІІІ-інструменти (Khan Academy та Gemini) беруть на себе функції адаптивної практики, діагностики та персоналізованої підтримки, забезпечуючи диференціацію для учнів різних рівнів підготовки.

У ході розробки рекомендацій було проаналізовано потенційні бар'єри та запропоновано конкретні стратегії їх нівелювання, зокрема через зміну

парадигми оцінювання та акцент на розвитку цифрової компетентності вчителя.

Другий розділ представляє цілісний методичний продукт, що має практичне значення для вчителів математики в Україні. Розроблені рекомендації та технологічна карта уроку є готовим до впровадження інструментарієм, що обґрунтовує можливість та ефективність інтеграції адаптивного навчання на основі ІІІ в реальний освітній процес.

ВИСНОВКИ

У ході дослідження встановлено, що інтеграція штучного інтелекту є провідним трендом цифрової трансформації сучасної освіти. Перехід до адаптивної парадигми навчання є об'єктивною необхідністю. Інтеграція штучного інтелекту – більше, ніж просто технологічна інновація, а каталізатор переходу від традиційної («індустріальної») моделі навчання до адаптивно-інтелектуальної. Аналіз літератури засвідчив, що ШІ в математичній освіті реалізує аналітичну, дидактичну та організаційну функції, дозволяючи автоматизувати рутинні процеси та зосередити увагу педагога на творчій взаємодії.

Було з'ясовано, що застосування адаптивного підходу є критично важливим, в тому числі і при навчанні математики — дисципліни зі суворою ієрархічною структурою понять. Штучний інтелект дозволяє ефективно вирішувати проблему «накопичених прогалин», забезпечуючи діагностику знань у реальному часі та побудову індивідуальних траєкторій для опанування фундаментальних математичних концепцій.

Проаналізовано спектр популярних цифрових інструментів. За критеріями доступності, якості адаптивних алгоритмів та наявності україномовної локалізації обгрунтовано вибір платформи Khan Academy (як інструменту для адаптивної практики та моніторингу прогресу) та чатбота Gemini (як «цифрового тьютора» для персоналізованих пояснень і розвитку евристичного мислення). Визначено їхню ефективність у створенні гібридного навчального середовища.

Розроблено та запропоновано комплексні підходи для інтеграції адаптивного навчання у викладання математики. Сформульовано методичні рекомендації, які конкретизовано у технологічних картах та планах-конспектах уроків. Запропонована методика демонструє, як поєднувати живе викладання з можливостями ШІ, трансформуючи роль учителя з транслятора знань у фасилітатора та аналітика освітніх даних.

Дослідження підтвердило, що впровадження ІІІ не нівелює роль педагога, а трансформує її. Вчитель переходить від функції транслятора знань до ролі фасилітатора, архітектора освітнього середовища та ментора. ІІІ виступає в ролі «інтелектуального партнера», що бере на себе рутинні операції (перевірка, первинна діагностика, генерація завдань), вивільняючи час педагога для творчої взаємодії та емоційної підтримки учнів.

Практичне значення роботи полягає в розробці та систематизації методичного забезпечення для вчителів математики. Запропонована гібридна модель навчання поєднує переваги живого викладання з технологічною точністю алгоритмів, що дозволяє реалізувати принципи інклюзії та диференціації в умовах реального класно-урочного процесу. Застосування запропонованих адаптивних підходів забезпечує автоматизацію первинної діагностики та диференціацію навчання математики, надаючи вчителю ефективні механізми для реалізації принципів інклюзії та педагогіки партнерства, а також слугує дієвим підґрунтям для підвищення рівня цифрової компетентності педагогів та дотримання принципів академічної доброчесності в умовах діджиталізації сучасної школи.

У підсумку, результати дослідження підтверджують, що системне використання адаптивного навчання на основі штучного інтелекту є дієвим інструментом підвищення якості математичної освіти, який дозволяє реалізувати принципи індивідуалізації та інклюзії на якісно новому рівні.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Басюк Л. В., Лисенко Т. А., Носач І. В. Аналіз ефективності методів штучного інтелекту для обробки та інтерпретації даних в освітніх дослідженнях // Педагогічна академія : наукові записки. 2024. № 1. С. 1–21. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.13327035>.
2. Виготський Л. С. Мышление и речь. 5-е изд., испр. Москва : Лабиринт, 1999. 352 с.
3. Гриценчук О. О. Використання штучного інтелекту в освіті: тенденції та перспективи в Україні та за кордоном. UNESCO Chair Journal «Lifelong Professional Education in the XXI Century». 2024. № 2 (10). С. 152–161. DOI: [https://doi.org/10.35387/ucj.2\(10\).2024.0012](https://doi.org/10.35387/ucj.2(10).2024.0012) (дата звернення: 23.08.2025).
4. Гуревич Р. С., Коношевський Л. Л., Коношевський О. Л., Воевода А. Л., Люльчак С. Ю. Інтеграція штучного інтелекту в сферу освіти: проблеми, виклики, загрози, перспективи, *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми*. 2024. Вип. 72. С. 170–187. DOI:10.31652/2412-1142-2024-72-170-187.
5. Ковальський В. О. Педагогічні аспекти використання цифрових технологій в вищій освіті. *Академічні візії*. 2024. № 30. С. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.13294205>.
6. Лазарєв О. Динамічна диференціація та штучний інтелект при адаптивному навчанні математики / Студентська звітна конференція: Матеріали результатів наукових досліджень молодих науковців. Суми : Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2025. Вип. 19. С. 29-30.
7. Лазарєв О. Педагогічні принципи інтеграції штучного інтелекту в адаптивне навчання математики / Збірник праць студентів фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка. Суми: Вид-во

фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2025. Вип. 19. С. 49-55.

8. Лазарєв О. Штучний інтелект як новий вимір у математичній освіті: виклики та перспективи для середньої школи / Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2024 Форум молодих дослідників»: матеріали V Всеукраїнської науково-методичної інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених (29 листопада 2024 р., м. Суми). Суми, 2024. С. 54-55.

9. Литвинова С. Г., Сороко Н. В. Взаємодія у навчальному середовищі з віртуальною та доповненою реальністю. *Інформаційні технології і засоби навчання*. 2023. Т. 98, № 6. С. 13–30. URL: <https://doi.org/10.33407/itlt.v98i6.5433> (дата звернення: 23.11.2025).

10. Ляшенко О. І. Адаптивне навчання // Енциклопедія освіти / Нац. акад. пед. наук України ; гол. ред. В. Г. Кремень. Київ : Юрінком Інтер, 2021. С. 16. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/739396>.

11. Мамон О. В., Ткаченко І. В., Василенко О. В. Адаптивні алгоритми штучного інтелекту в чатботах для персоналізованого навчального досвіду здобувачів вищої освіти. *Педагогічна Академія: наукові записки*. 2025. № 17. С.24 DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.15138845>.

12. Мацко Л. А., Пришак М. Д., Годлевська В. Г. Основи психології та педагогіки: навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2009. 163 с.

13. Мойсеюк Н. Є. Педагогіка: навчальний посібник. 5-те вид., доп. і перероб. Київ, 2007. 656 с.

14. Моторіна В., Різак Г., Небеленчук І. Педагогічні стратегії впровадження штучного інтелекту в освітній процес закладів вищої освіти України. *Вісник науки та освіти*. 2024. Вип. 27, № 9. С. 937–951. DOI: [https://doi.org/10.52058/2786-6165-2024-9\(27\)-937-951](https://doi.org/10.52058/2786-6165-2024-9(27)-937-951)

15. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та

геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів, рівень стандарту (програма затверджена Наказом Міністерства освіти і науки України від 23.10.2017 № 1407). URL: <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>

16. Панухник О. В. Штучний інтелект в освітньому процесі та наукових дослідженнях здобувачів вищої освіти: відповідальні межі вмісту ІІІ. *Галицький економічний вісник*. 2023. Т. 83, № 4. С. 202–211. URL: <https://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/42652> (дата звернення: 23.11.2025).

17. Про схвалення Концепції розвитку штучного інтелекту в Україні: Розпорядження Кабінету Міністрів України від 2 грудня 2020 р. №1556-р / Верховна Рада України. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1556-2020-%D1%80#Text> (дата звернення: 16.03.2025)

18. Стойка М., Петечук Ю. Використання штучного інтелекту при викладанні математики. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: «Педагогіка. Соціальна робота»*. 2024. Вип. 2 (55). С. 104–110. DOI: <https://doi.org/10.24144/2524-0609.2024.55.104-110>.

19. Тронь Т. В. Інтеграція штучного інтелекту в освітню та наукову діяльність. *Інноваційна педагогіка*. 2024. Вип. 77. Т. 2. С. 289–292. URL: <https://doi.org/10.32782/2663-6085/2024/77.57>

20. Чкана Я.О., Мартиненко О.В., Герасименко В.О. Критичне мислення майбутніх учителів математики у взаємодії зі штучним інтелектом при розв'язуванні математичних задач. *Педагогічна академія: наукові записки*, 15, 2025. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15095182>

21. Шелевер О. В., Капітан Л. І., Коновалов О. Ю. Адаптивне навчання здобувачів за допомогою сучасних цифрових платформ. *Інноваційна педагогіка*. 2024. № 75. С. 269–272. DOI: <https://doi.org/10.32782/2663-6085/2024/75.52>

22. Шищенко І., Чкана Я., Мартиненко О. Перспективи застосування мобільних додатків у фаховій підготовці майбутніх учителів математики.

Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: «Педагогіка. Соціальна робота». Випуск 1 (48). 2021. С. 444-449. DOI: 10.24144/2524-0609.2021.48.444-449

23. ALEKS: Assessment and Learning in Knowledge Spaces. URL: <https://www.aleks.com/> (дата звернення: 24.08.2025).
24. Baddeley A. D. Working memory. *Science*. 1992. Vol. 255, № 5044. P. 556–559. DOI: 10.1126/science.1736359.
25. Bandura A. Self-efficacy: The exercise of control. New York : W. H. Freeman, 1997.
26. Black P., Wiliam D. Inside the Black Box: Raising Standards Through Classroom Assessment. *Phi Delta Kappan*. 1998. Vol. 80, № 2. P. 139–148.
27. Bloom B. S. Learning for Mastery. *Evaluation Comment*. 1968. Vol. 1, № 2. P. 1-12.
28. CENTURY: AI Teaching & Learning Platform. URL: <https://www.century.tech/> (дата звернення: 24.08.2025).
29. ChatGPT: Optimizing Language Models for Dialogue. URL: <https://chatgpt.com/> (дата звернення: 24.08.2025).
30. Darling-Hammond L. Powerful teacher education: lessons from exemplary programs. San Francisco : Jossey-Bass, 2006. 360 p.
31. Dweck C. S. Mindset: The new psychology of success. New York: Random House, 2006. 320 p.
32. Flavell J. H. Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psychologist*. 1979. Vol. 34, № 10. P. 906–911. DOI: 10.1037/0003-066X.34.10.906.
33. Gemini: AI assistant from Google. URL: <https://gemini.google.com/> (дата звернення: 24.08.2025).
34. Graham C. R. Blended learning systems: Definition, current trends, and future directions. Handbook of blended learning: Global perspectives, local designs/ ed. by C. J. Bonk, C. R. Graham. San Francisco : Pfeiffer Publishing, 2006. P. 3– 21.

35. Hattie J. Visible Learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement. London : Routledge, 2009. 392 p. DOI:10.1007/s11159-011-9198-8
36. Hicks, D. Lessons for the Future: The missing dimension in education. London: Routledge, 2006. 224 p. DOI:10.4324/9780203219331
37. Holmes W., Bialik M., Fadel C. Artificial Intelligence In Education: Promises and Implications for Teaching and Learning. Boston, MA : Center for Curriculum Redesign, 2019. 228 p. URL: <https://curriculumredesign.org/wp-content/uploads/AI-in-Education-2019.pdf> (дата звернення: 23.08.2025).
38. Keller F. S. «Good-bye, teacher...». *Journal of Applied Behavior Analysis*. 1968. Vol. 1, № 1. P. 79–89. DOI: <https://doi.org/10.1901/jaba.1968.1-79>.
39. Khan Academy: безкоштовні онлайн-курси, уроки та практика. URL: <https://uk.khanacademy.org/> (дата звернення: 24.08.2025).
40. Mathos AI: AI Math Solver & Homework Helper. URL: <https://www.mathos.ai/> (дата звернення: 24.11.2025).
41. Mayer R. E. Multimedia learning. 2nd ed. Cambridge : Cambridge University Press, 2009. 304 p. DOI: 10.1017/CBO9780511811678.
42. McCarthy J. What is artificial intelligence? Stanford University. 2007. URL: <http://jmc.stanford.edu/articles/whatisai/whatisai.pdf> (дата звернення: 22.08.2025)].
43. Merrill M. D. Component Display Theory. Instructional-design theories and models: An overview of their current status / ed. by C. M. Reigeluth. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1983. P. 279–333. DOI: <https://doi.org/10.4324/9780203824283>
44. Microsoft Copilot: Your everyday AI companion. URL: <https://copilot.microsoft.com/> (дата звернення: 24.08.2025).
45. Microsoft Math Solver: Math Problem Solver & Calculator. URL: <https://math.microsoft.com/> (дата звернення: 24.08.2025).
46. Photomath: The world's most used math learning app.

URL: <https://photomath.com/> (дата звернення: 24.11.2025).

47. Popham W. J. Transformative assessment. Alexandria, VA : Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD), 2008. 189 p.

48. Regulation - EU - 2024/1689 - EN - EUR-Lex. eur-lex.europa.eu. Document 32024R1689. Regulation 2024/1689 of the Eur. Parl. & Council of June 13, 2024 (Artificial intelligence act) URL: <http://data.europa.eu/eli/reg/2024/1689/oj> (дата звернення: 16.03.2025)

49. Rose D. H., Meyer A. Teaching every student in the digital age: Universal Design for Learning. Alexandria, VA : ASCD, 2002. 291 p. DOI:10.1007/s11423-007-9056-3

50. Schön D. A. The reflective practitioner: How professionals think in action. New York: Basic Books, 1983. 384 p.

51. Searle, J. R. (1980). Minds, brains, and programs. *Behavioral and Brain Sciences*, 3(3), 417–457. <https://doi.org/10.1017/S0140525X00005756>

52. Stiggins R. J. Assessment Crisis: The Absence Of Assessment FOR Learning. *Phi Delta Kappan*. 2002. Vol. 83, № 10. P. 758–765. DOI: 10.1177/003172170208301010.

53. Sweller J. Cognitive Load During Problem Solving: Effects on Learning. *Cognitive Science*. 1988. Vol. 12, № 2. P. 257–285. DOI: 10.1207/s15516709cog1202_4.

54. UNESCO. Beijing Consensus on Artificial Intelligence and Education. Outcome document of the International Conference «Planning Education in the AI Era: Lead the Leap», Beijing, China, 16–18 May 2019. Paris: UNESCO, 2019. 23 p. URL: https://www.moe.gov.cn/jyb_xwfb/gzdt_gzdt/s5987/201908/W020190828311234688933.pdf (дата звернення: 22.08.2025)

55. Wolfram|Alpha: Computational Intelligence. URL: <https://www.wolframalpha.com/> (дата звернення: 24.08.2025).

56. Wood D., Bruner J. S., Ross G. The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*. 1976. Vol. 17, № 2. P. 89–100. DOI:

10.1111/j.1469-7610.1976.tb00381.x.

57. Zimmerman B. J. Attaining Self-Regulation: A Social Cognitive Perspective. Handbook of Self-Regulation / ed. by M. Boekaerts, P. R. Pintrich, M. Zeidner. San Diego, CA: Academic Press, 2000. P. 13–39. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-012109890-2/50031-7>.

fizmat@sspu.edu.ua
суворо дотримуйтесь
правил академічної
добросовісності

ДОДАТКИ

Додаток А

Тема уроку: Правила знаходження первісних. Таблиця первісних

Клас: 11-й (рівень стандарт)

Тип уроку: комбінований (гібридний урок засвоєння нових знань та формування навичок)

Мета уроку:

- *навчальна:* засвоїти поняття первісної, її геометричний зміст, основні правила знаходження первісних (суми, сталого множника) та базову таблицю первісних;
- *розвиваюча:* сформувати первинні вміння знаходити первісні простих функцій, розвивати навички самостійної роботи з цифровими інструментами (Khan Academy) та навички діалогового навчання (Gemini);
- *виховна:* сприяти формуванню академічної відповідальності та навичок саморегуляції, демонструючи ІІІ як інструмент для навчання, а не списування.

Обладнання: конспект, мультимедійне обладнання, індивідуальні пристрої учнів, доступ до ІІІ-чатбота (Google Gemini) та адаптивної платформи (Khan Academy); підручник Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / Мерзляк А.Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б. та ін. -Х. : Гімназія, 2019. - 208 ст. : іл.

ХІД УРОКУ

I. Мотивація та актуалізація опорних знань (7 хвилин)

1. Вступна бесіда (мотивація через проблему):

Вчитель починає з проблемного питання, що пов'язує нову тему з уже вивченим матеріалом (похідною).

- **Слова вчителя:** «Доброго дня. Протягом останніх місяців ми детально вивчали похідну. Ми знаємо, як, маючи закон руху $s(t)$, знайти миттєву швидкість $v(t)$. Це пряма задача. Але уявіть собі обернену, не менш важливу практичну задачу: ви сидите в автомобілі і бачите показники спідометра $v(t)$. Як, знаючи лише швидкість у кожний момент часу, обчислити пройдений шлях $s(t)$? Ми шукаємо дію, обернену до диференціювання. Ця дія називається інтегруванням, а її результат — первісною».

2. Мотивація через ІІІ (прикладне значення):

Вчитель демонструє на екрані (або просить учнів запитати) відповідь Gemini на запит: «Де в реальному житті, окрім фізики, використовують первісні?»

- **Очікувана відповідь Gemini:** в економіці (обчислення загальних витрат $C(x)$ за відомими граничними витратами $C'(x)$), в біології (моделювання росту популяції за відомою швидкістю росту), в геометрії (знаходження площ).
- **Слова вчителя:** «Як бачимо, це фундаментальне поняття. Але щоб розв'язувати обернену задачу, ми маємо бездоганно володіти прямою дією».

1. Актуалізація опорних знань:

Учні виконують завдання Kahoot-вікторини, з наступними питаннями:

- Що ми називаємо диференціюванням функції?
- Що ми називаємо інтегруванням функції?
- Сформулюйте означення первісної функції
- Сформулюйте основну властивість первісної
- Що ми називаємо невизначеним інтегралом?

Пригадаємо правила обчислення похідних

$(f(x) + g(x))' =$	$f'(x) + g'(x)$
$(fg)' =$	$f'g + g'f$
$(kf(x))' =$	$kf'(x)$
$(f(x) - g(x))' =$	$f'(x) - g'(x)$

II. Теоретичний блок (13 хвилин)

1. Пояснення поняття та геометричного змісту:

- **Слова вчителя:** «Отже, первісною для функції $f(x)$ називається така функція $F(x)$, похідна якої дорівнює $f(x)$. Тобто, $F'(x) = f(x)$.»
- **Проблемне питання:** «Ми знаємо, що $(x^2)' = 2x$. Тобто $F(x) = x^2$ є первісною для $f(x) = 2x$. Але чому дорівнює похідна $(x^2 + 5)'$? А $(x^2 - 100)'$? Вони також дорівнюють $2x$. Тому, коли ми шукаємо первісну, ми знаходимо не одну функцію, а цілу множину функцій $F(x) + C$, де C — довільна стала».
- **Візуалізація:** Вчитель демонструє графік $y=x^2$ та $y=x^2+2$, $y=x^2-1$. «Геометрично — це ті самі параболи, просто «зсунуті» вздовж осі OY ».

2. Таблиця первісних та правила:

- **Слова вчителя:** «Нам не потрібно нічого вигадувати. Таблиця первісних — це по суті таблиця похідних навпаки».
- Вчитель на дошці/екрані складає таблицю, паралельно проводячи аналогію з похідною (наприклад, $\sin x \rightarrow -\cos x$, бо $(-\cos x)' = -(-\sin x) = \sin x$).
- Вчитель пояснює **три основні правила:**

Правило 1. Первісна суми

Теорема

Якщо функції F і G є відповідно первісними функцій f і g на проміжку I , то на цьому проміжку функція $y = F(x) + G(x)$ є первісною функції $y = f(x) + g(x)$:

$$\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

(Інтеграл від суми функцій дорівнює сумі інтегралів від цих функцій)

- Теорему можна поширити на будь-яку кількість доданків (так як похідна від будь-якої кількості доданків дорівнює сумі похідних доданків)

Правило 2. Винесення сталого множника

Теорема. Якщо функція F є первісною функції f на проміжку I та k – деяке число, то на цьому проміжку функція $y = kF(x)$ є первісною функції $y = kf(x)$:

$$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx = kF(x) + C$$

(Сталий множник можна виносити за знак невизначеного інтеграла)

Правило 3. Правило лінійного аргументу

Теорема. Якщо $F(x)$ – первісна для $f(x)$, а k і b – деякі сталі, причому $k \neq 0$, тоді $\frac{1}{k}F(kx + b)$ – первісна для функції $f(kx + b)$:

$$\int f(kx + b)dx = \frac{1}{k}F(kx + b) + C$$

- Вчитель розбирає 2-3 приклади, повільно коментуючи кожен крок:

Приклад 1. Знайти загальний вигляд первісних для функції

$$f(x) = 5x^4 - 3\cos x + 2.$$

Розв'язання (коментар вчителя):

- Покроковий аналіз:** «Ми шукаємо функцію $F(x)$, похідна якої дорівнює $f(x)$. Наша функція є сумою трьох окремих частин. (правило 1 дозволяє нам знаходити первісну для кожної частини окремо».
- Перший доданок ($5x^4$):** «Тут ми бачимо (правило 2) — сталий множник 5. Ми його «виносимо» і шукаємо первісну для x^4 . За таблицею (обернене правило похідної x^n), первісна для x^4 — це $\frac{x^5}{5}$. Отже, первісна для $5x^4$ — це $5 \frac{x^5}{5} = x^5$ ».

3. **Другий доданок ($-3\cos x$):** «Аналогічно, -3 — це сталий множник (Правило 2). Шукаємо первісну для $\cos x$. Згадуємо: похідна якої функції дає $\cos x$? Це $\sin x$. Отже, первісна для $-3\cos x$ — це $-3\sin x$ ».
4. **Третій доданок ($+2$):** «Похідна якої функції дорівнює 2? Це $2x$ (бо $(2x)' = 2$)».
5. **Загальний вигляд:** «Збираємо все разом і не забуваємо додати довільну сталу C , оскільки похідна від будь-якої сталої дорівнює нулю».

Відповідь: $F(x) = x^5 - 3\sin x + 2x + C$.

Приклад 2. Знайти загальний вигляд первісних для функції: $g(x) = (2x + 7)^3$

Розв'язання (коментар вчителя):

1. **Покроковий аналіз:** «Тут ми маємо не просто x^3 , а $(2x + 7)^3$. Це класичний випадок правила 3: $F(kx+b)$. Наша «зовнішня» функція — це степенева u^3 , а «внутрішня» лінійна функція — $2x + 7$ ».
2. **Визначення k :** «У виразі $kx+b$ наш коефіцієнт k дорівнює 2».
3. **Первісна для «зовнішньої» функції:** «Спочатку знаходимо первісну для u^3 . Це, як ми знаємо, $\frac{u^4}{4}$. Отже, ми пишемо $\frac{(2x + 7)^4}{4}$ ».
4. **Застосування правила 3:** «Але через те, що це складний аргумент, Правило 3 вимагає помножити результат на $\frac{1}{k}$. Оскільки $k=2$, ми множимо на $\frac{1}{2}$ ».
5. **Загальний вигляд:** «Отримуємо $\frac{1}{2} \frac{(2x + 7)^4}{4}$. Збираємо все разом і додаємо сталу C ».

Відповідь: $G(x) = \frac{1}{8} (2x + 7)^4 + C$

Приклад 3. Знайти загальний вигляд первісних для функції

$$h(x) = 6/e^{3x} - 10\sin(5x - 1).$$

Розв'язання (коментар вчителя):

1. **Покроковий аналіз:** «Це комбінований приклад. По-перше, (правило 1) — у нас є різниця. Будемо шукати первісні окремо. По-друге,

перепишемо перший доданок у зручніший вигляд, використовуючи властивості степеня: $6/e^{3x} = 6e^{-3x}$.

2. **Перший доданок ($6e^{-3x}$):** «Тут діють (правило 2) — множник 6, і (правило 3) — аргумент $kx+b$, де $k = -3$.

- Первісна для 'зовнішньої' функції e^u — це сама e^u .
- Правило $\frac{1}{k}$ дає нам множник $-\frac{1}{3}$.
- Отже, первісна: $6(-\frac{1}{3}) e^{-3x} = -2e^{-3x}$.

3. **Другий доданок ($-10\sin(5x - 1)$):** «Тут також (правило 2) — множник -10, і (правило 3) — аргумент $kx+b$, де $k = 5$.

- Первісна для «зовнішньої» функції $\sin u$ — це $-\cos u$.
- Правило $\frac{1}{k}$ дає нам множник $\frac{1}{5}$.
- Отже, первісна: $-10(\frac{1}{5})(-\cos(5x-1))$.
- Спростуємо: $-2(-\cos(5x-1)) = 2\cos(5x-1)$.

4. **Загальний вигляд:** «Збираємо обидві частини (правило 1) і додаємо C ».

Відповідь: $H(x) = -2e^{-3x} + 2\cos(5x - 1) + C$

3. Мікро-проект з ІІІ (Закріплення концепції):

- **Слова вчителя:** «Давайте використаємо нашого тьютора Gemini для перевірки нашої логіки. Відкрийте чат і запитайте: «Якщо похідна $\cos x$ дорівнює $-\sin x$, то чи є первісною для $\sin x$ функція $-\cos x$? Поясни, чому».
- **Діяльність учнів:** Учні формулюють запит і читають відповідь, яка підтверджує пояснення вчителя (бо $(-\cos x)' = -(-\sin x) = \sin x$). Це закріплює розуміння оберненості операцій.

Так, абсолютно правильно.

Це впливає безпосередньо із **золотого правила та означення первісної**:

Означення: Функція $F(x)$ є первісною для функції $f(x)$, якщо похідна від $F(x)$ дорівнює $f(x)$.

$$F'(x) = f(x)$$

Давайте просто перевіримо вашу гіпотезу.

Пояснення (Перевірка)

- **Наша функція (для якої шукаємо первісну):** $f(x) = \sin(x)$
- **Наша "кандидатка" на первісну:** $F(x) = -\cos(x)$
- **Перевірка:** Беремо похідну від нашої "кандидатки" $F(x)$ і дивимось, чи отримаємо ми $f(x)$.

$$F'(x) = (-\cos(x))'$$

- Використовуємо правило винесення константи (в нашому випадку -1) за знак похідної:

$$F'(x) = -1 \cdot (\cos(x))'$$

- Як ви самі правильно зазначили, похідна $(\cos(x))' = -\sin(x)$. Підставляємо це:

$$F'(x) = -1 \cdot (-\sin(x))$$

- Мінус на мінус дає плюс:

$$F'(x) = \sin(x)$$

Висновок: Похідна від $-\cos(x)$ дорівнює $\sin(x)$. Оскільки $F'(x) = f(x)$, це означає, що $-\cos(x)$ є **первісною** для $\sin(x)$.

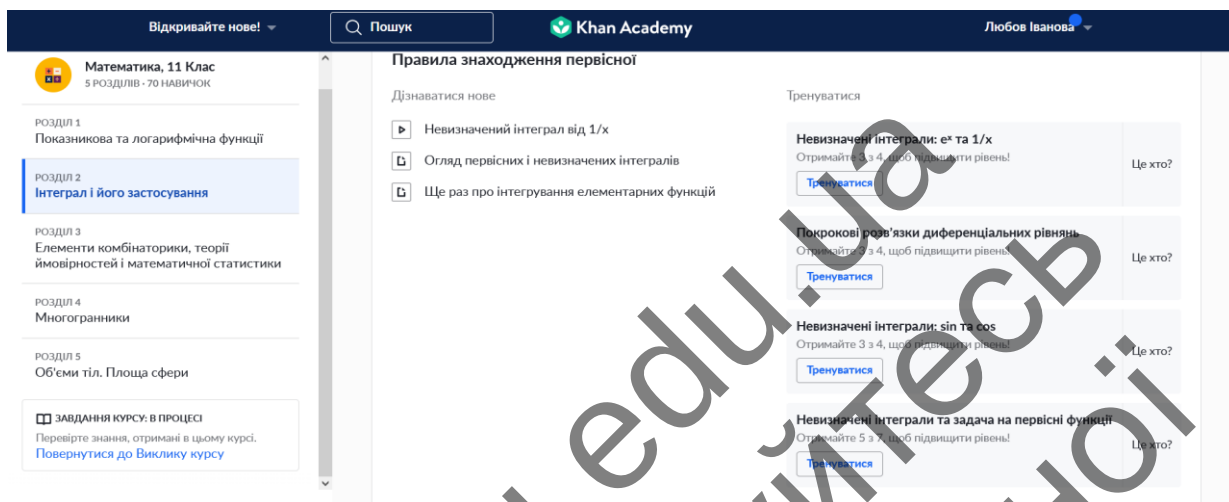
(І, звичайно, найзагальніший вигляд первісної буде $F(x) = -\cos(x) + C$, оскільки похідна від будь-якої константи C дорівнює нулю).

III. Адаптивна практика (20 хвилин)

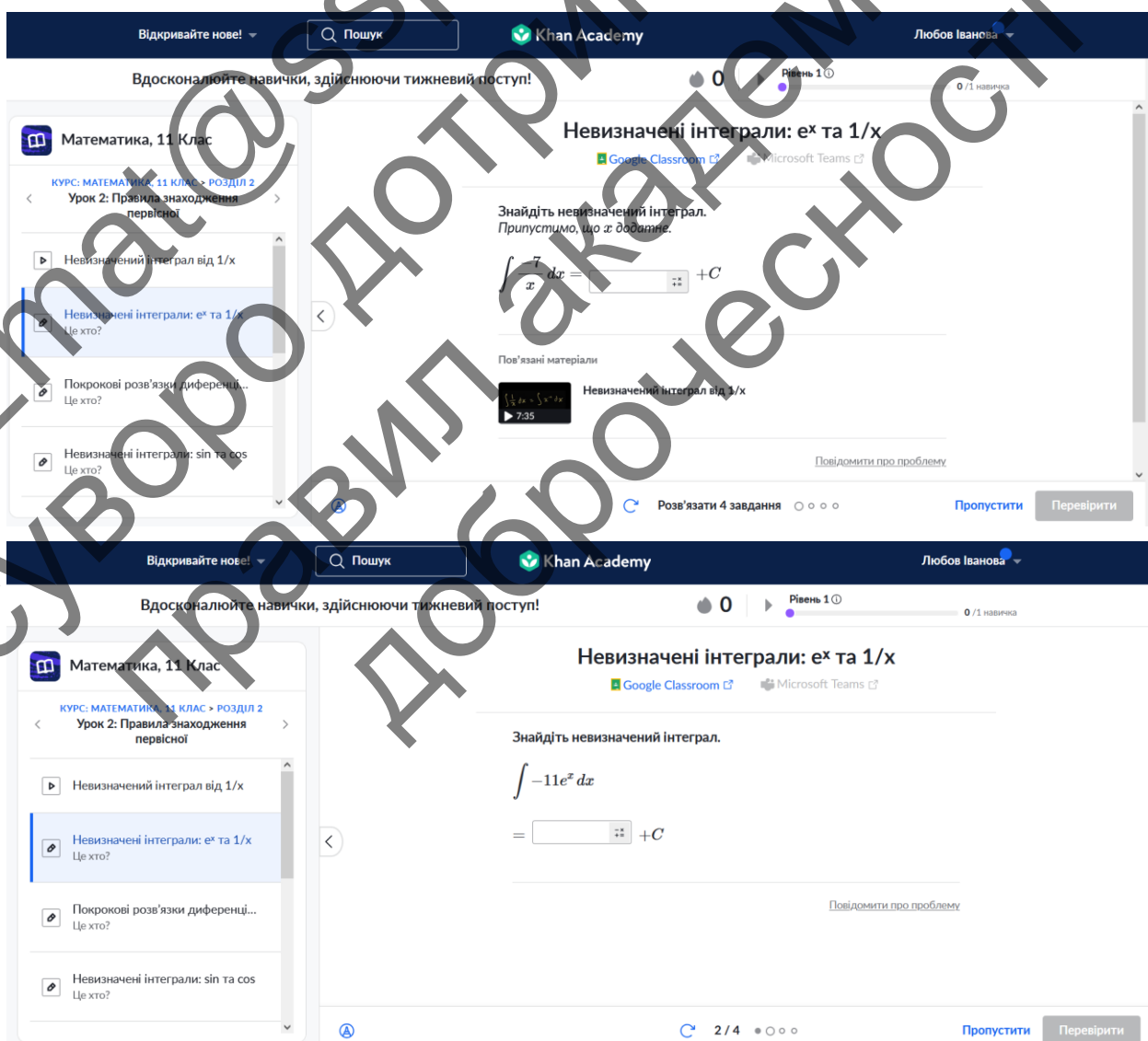
1. Перехід до ролі фасилітатора:

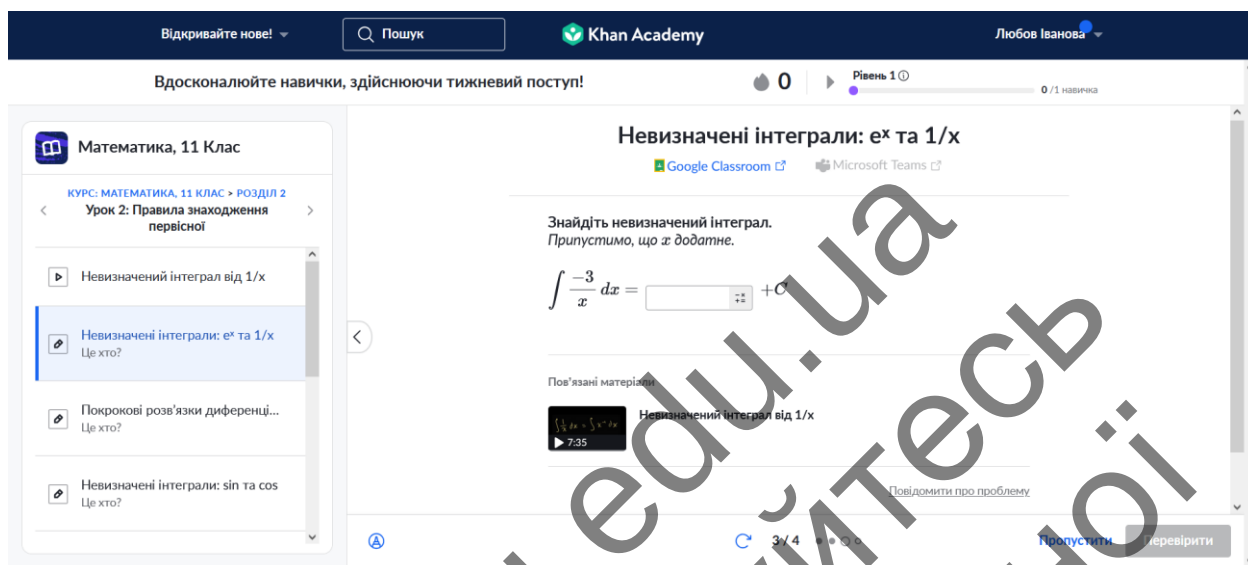
- **Слова вчителя:** «Я призначив вам модуль «Правила знаходження первісної» на Khan Academy. Ваше завдання — працювати індивідуально. Система сама буде давати вам завдання. Якщо ви помиляєтесь — вона дасть підказку або простіший приклад. Я в цей час

буду бачити ваш прогрес на своєму дашборді і звертатимуся до тих, хто зупинився на складному моменті.



2. Індивідуальна робота учнів:





IV. Діалоговий тьюторинг (3 хвилини, виконується паралельно з етапом III)

1. Цільова допомога через III:

- **Слова вчителя:** «Якщо ви не може просунутися далі, і підказка Khan Academy вам не допомогла, або ви не розумієте *чому* правило саме таке – зверніться до Gemini».
- **Діяльність учня (Приклад):** Учень В (високий рівень) дійшов до $f(x) = e^{3x}$. Він не розуміє, звідки взявся множник $\frac{1}{3}$

- **Запит до Gemini:** «Я забув, як знайти первісну для e^{3x} . Поясни мені правило».
- **Роль III (Gemini):** Чатбот не дає готової відповіді. Він відповідає діалогом: «Це пов'язано з похідною складеної функції. Згадай, чому дорівнює похідна e^{3x} ?». Учень: $3e^{3x}$ ». Gemini: «Так. А оскільки первісна — це обернена дія, нам треба «нейтралізувати» цей множник 3. Який множник треба дописати, щоб при взятті похідної він скоротився з трійкою?». Учень приходить до висновку, що це $\frac{1}{3}$.

V. Аналіз та домашнє завдання (2 хвилини)

1. Аналіз даних (рефлексія):

- **Слова вчителя:** «Завершуємо роботу. Дивимось на дашборд (вчитель проектує анонімний звіт **Khan Academy**). Я бачу, що 85% класу успішно засвоїли первісну для степеневі функції. Це чудово. Але є труднощі з $\sin x$ та $\cos x$ — лише 40% успішних спроб. Ми обов'язково повернемося до цього наступного уроку».

2. Домашнє завдання:

- **Слова вчителя:** «Ваше домашнє завдання — завершити модуль, який я вам призначив у Khan Academy».

Додаток Б

Тема: Елементи математичної статистики.

Клас: 11-й (рівень стандарт)

Тип уроку: засвоєння нових знань (з елементами формування навичок через ІІІ-тренажер).

Мета уроку:

- *навчальна:* закріпити та поглибити знання про ключові поняття: вибірка, варіаційний ряд, генеральна сукупність, міри центральної тенденції (мода, медіана, середнє значення); сформувати навички аналізу наборів даних, складання статистичних таблиць та побудови графічних представлень (полігони, діаграми); продемонструвати застосування ІІІ-чатботів для миттєвої обробки даних та візуалізації;
- *розвивальна:* розвивати вміння аналізувати, порівнювати та узагальнювати дані, правильно користуватися термінологією; розвивати навички критичної оцінки результатів, згенерованих ІІІ, та формувати навички постановки чітких запитань до ІІІ-асистента;
- *виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук, демонструючи практичне застосування статистики в реальному житті (демографія, економіка); формувати навички академічної доброчесності та самоорганізації, наголошуючи на ролі ІІІ як «помічника-тьютора» для розуміння.

Обладнання: конспект, мультимедійне обладнання, індивідуальні пристрої учнів, доступ до ІІІ-чатбота (для демонстрації) та адаптивної платформи (для практики); підручник Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / Мерзляк А.Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б. та ін. -Х. : Гімназія, 2019. - 208 ст. : іл.

ХІД УРОКУ

I. Організаційний етап (2 хв)

Вчитель вітає учнів, перевіряє присутніх та готовність обладнання (комп'ютерів/планшетів) до роботи .

II. Актуалізація опорних знань (5 хв)

Учні вже вивчали початкові відомості про статистику, способи подання даних та їх обробку. А саме, що таке статистика, статистичне спостереження, вибірка, генеральна сукупність, обсяг генеральної сукупності та обсяг вибірки, чисельні характеристики вибірки (середнє значення, мода і медіана вибірки), способи подання даних (діаграма (стовпчаста та гістограма), кругова діаграма). Тому можна провести бесіду в ході якої з'ясувати, що учні пам'ятають краще і на що потрібно звернути особливу увагу.

Замість традиційної бесіди, яка спирається на те, що учні вже вивчали основи, вчитель проводить Kahoot-вікторину.

Вчитель: «Доброго дня. Ми починаємо вивчати статистику. Ви вже знайомі з її основами з 9-го класу. Замість усного опитування, давайте перевіримо, що ви пам'ятаєте».

Учні: На своїх пристроях переходять за посиланням наданим вчителем і приймають участь в кількахвилинній Kahoot-вікторії (до 5 питань: "знайди моду", "знайди середнє").

Вчитель: бачить результати в звіті Kahoot. «Дякую. Бачу, що 80% з нас пам'ятають, що таке середнє арифметичне, але 60% плутають медіану і моду. Саме на цьому ми сьогодні зосередимось детальніше».

III. Вивчення нового матеріалу (18 хв)

Вчитель залишається ключовою фігурою, пояснюючи концепції.

Вчитель:

- Чи вигідно орендувати велике приміщення для концерту?
- Яким тиражем друкувати книгу?
- Чи однаковою є ймовірність народження хлопчика або дівчинки?

На ці і багато інших запитань дати відповідь нам допоможе статистика.

«Отже, що таке математична статистика»?

Математична статистика вивчає методи збирання, обробки та інтерпретації (*інтерпретація – роз'яснення, тлумачення наукових і літературних текстів*) різноманітних даних.

Розглянемо на прикладі основні елементи математичної статистики.

- **Вибірка**

Приклад №1

Провівши опитування 19 дітей, що прийшли на підготовку до НМТ, про те скільки вони витратили часу на шлях до аудиторії, отримали наступні результати:

5, 15, 40, 70, 10, 30, 60, 15, 40, 90, 40, 30, 10, 40, 60, 30, 60, 30, і 15 хв

- Отримавши відповіді на запитання маємо ряд чисел, такий ряд чисел називається **вибіркою**
- Якщо ми впорядкуємо отриманий ряд чисел за зростанням – отримаємо **варіаційний ряд** (або **ранжований ряд**, відповідно операцію розташування випадкових величин називають **ранжуванням**)
- Кількість елементів, з яких складається вибірка називається **об'ємом вибірки**
- Кожен елемент вибірки називається її **варіантою**
- Чи завжди можна дослідити множину всіх об'єктів, що підлягають дослідженню?

(Учні висловлюють власну думку)

Генеральна сукупність – це сукупність усіх об'єктів, що підлягають дослідженню.

- Наведіть приклад генеральної сукупності та вибірки з неї

(Учні наводять власні приклади. Бувають випадки коли можна дослідити кожен елемент генеральної вибірки, наприклад, проведення НМТ)

- **Характеристики варіаційних рядів**

1. **Середнє значення вибірки $\bar{x}$** – це середнє арифметичне усіх її варіант:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Середнє значення для нашої вибірки:

$$\bar{x} = \frac{5 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 15 + 4 \cdot 30 + 4 \cdot 40 + 3 \cdot 60 + 70 + 90}{19} \approx 36,3$$

2. Медіана вибірки Me

{5, 10, 10, 15, 15, 15, 30, 30, 30, **30**, 40, 40, 40, 40, 60, 60, 60, 70, 90}

9 елементів 9 елементів

- Спробуйте самостійно сформулювати означення медіани вибірки.
(Середнє значення варіаційного ряду)

Медіана вибірки Me – це число, що ділить відповідний варіаційний ряд навпіл

- Як знайти медіану вибірки, якщо варіаційний ряд складається з парної кількості елементів?

{3, 15, 27, **42, 44**, 44, 87, 88}

В такому випадку, медіаною вибірки вважається середнє арифметичне двох чисел, що розташовані посередині цього варіаційного ряду:

$$Me = \frac{42 + 44}{2} = 43$$

- Як знайти медіану вибірки, якщо елементами варіаційного ряду є не числа і маємо парну кількість елементів ряду?

(В такому випадку медіаною вибірки називається будь-яке з двох елементів, що розташовані посередині. Наприклад, маємо ряд оцінок за шкалою ECTS: F, E, E, E, E, C, C, B, B, A, отже медіаною цієї вибірки є оцінки E і C)

3. Мода вибірки Mo

- Спробуйте самостійно сформулювати означення моди вибірки
(Варіанта вибірки з найбільшою частотою)

- Як можна зручніше подати інформацію варіаційного ряду?

(Можна скласти **статистичну таблицю** із відповідними варіантами варіаційного ряду та їх частотою у цьому ряді)

5	10	15	30	40	60	70	90
1	2	3	4	4	3	1	1

- Що є модою цього варіаційного ряду?

$$M_{O_1} = 30 \text{ хв}$$

$$M_{O_2} = 40 \text{ хв}$$

4. **Розмах вибірки R** – це різниця між найбільшим і найменшим значенням вибірки.

- Обчисліть розмах цієї вибірки

5	10	15	30	40	60	70	90
1	2	3	4	4	3	1	1

$$R = 90 - 5 = 85$$

- Досліджуючи популярність артиста – опитали всіх людей, що прийшли до нього на концерт. Чи будуть отримані висновки об'єктивними?

(Такі висновки не будуть об'єктивними, так як люди, що прийшли на концерт – прийшли на нього, бо їм подобається цей артист)

- Отже, нам потрібна *репрезентативна* вибірка, так як збирання даних має ґрунтуватися не тільки на масовості.

Вибірка називається репрезентативною, якщо в ній всі основні ознаки генеральної сукупності присутні в тій самій пропорції і з тією самою відносною частотою, з якою дана ознака виступає в заданій генеральній сукупності.

- **Статистична та математична ймовірності**

- Якою є математична ймовірність народження хлопчика?

$$P = \frac{1}{2} = 0,5$$

- Якщо поглянемо на таблицю народжуваності в Києві за 2005 рік, то можемо помітити, що статистична ймовірність відрізняється від математичної. Статистична ймовірність народжуваності хлопчиків

трішки більша ніж дівчаток і мало відрізняється від відомого числа в *демографії* (наука, що вивчає склад і рух населення та закономірності його розвитку) 0,518.

Місяць	Загальна кількість	Хлопчики	Частота народжуваності	Дівчатка	Частота народжуваності
1	1396	711	0,509312	685	0,490688
2	1254	659	0,525518	595	0,474482
3	1361	702	0,515797	659	0,484203
4	1301	664	0,510377	637	0,489623
5	1440	758	0,526389	682	0,473611
6	1462	762	0,5121204	700	0,478796
7	1587	811	0,511027	776	0,488973
8	1617	849	0,525046	768	0,474954
9	1321	699	0,529145	622	0,470855
10	1528	771	0,504581	757	0,495419
11	1465	748	0,51058	717	0,48942
12	1332	698	0,524024	634	0,475976
Усього	17064	8832	0,517581	8232	0,482419

Після пояснення вчитель інтегрує ІІІ для демонстрації.

- **Способи подання даних**

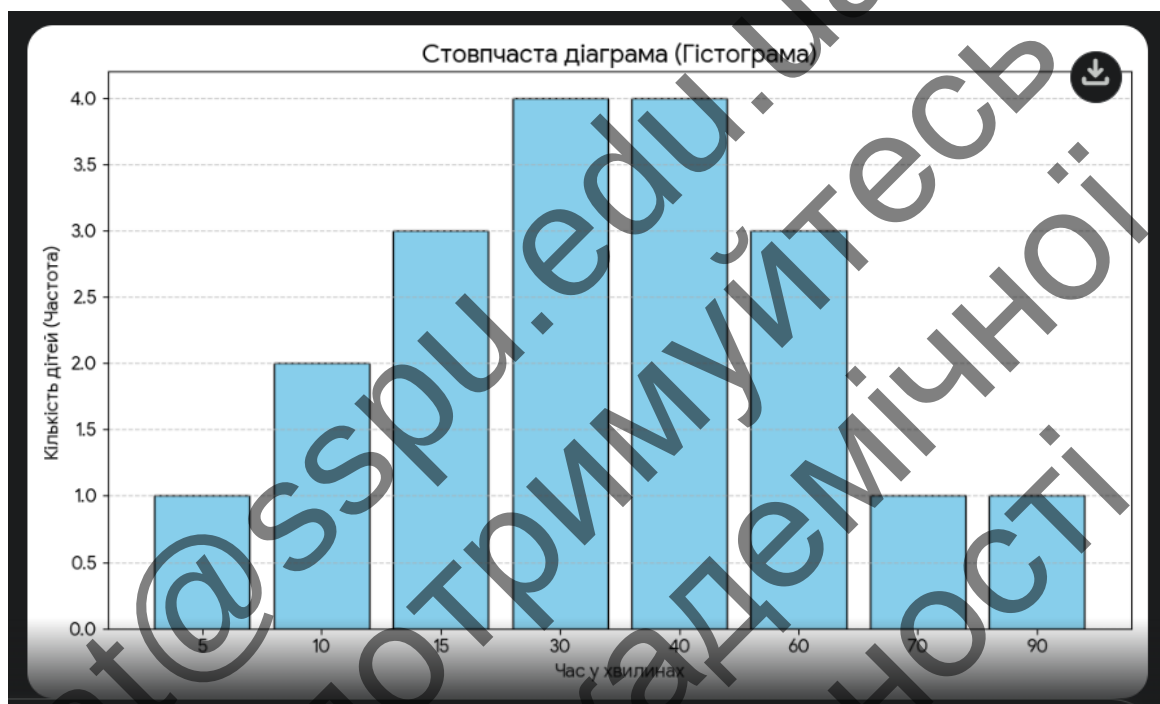
- Для кращого сприйняття інформації про ту чи іншу вибірку – отримані дані можна подати графічно.

Розглянемо на прикладі нашої задачі найпоширеніші графічні способи подачі інформації:

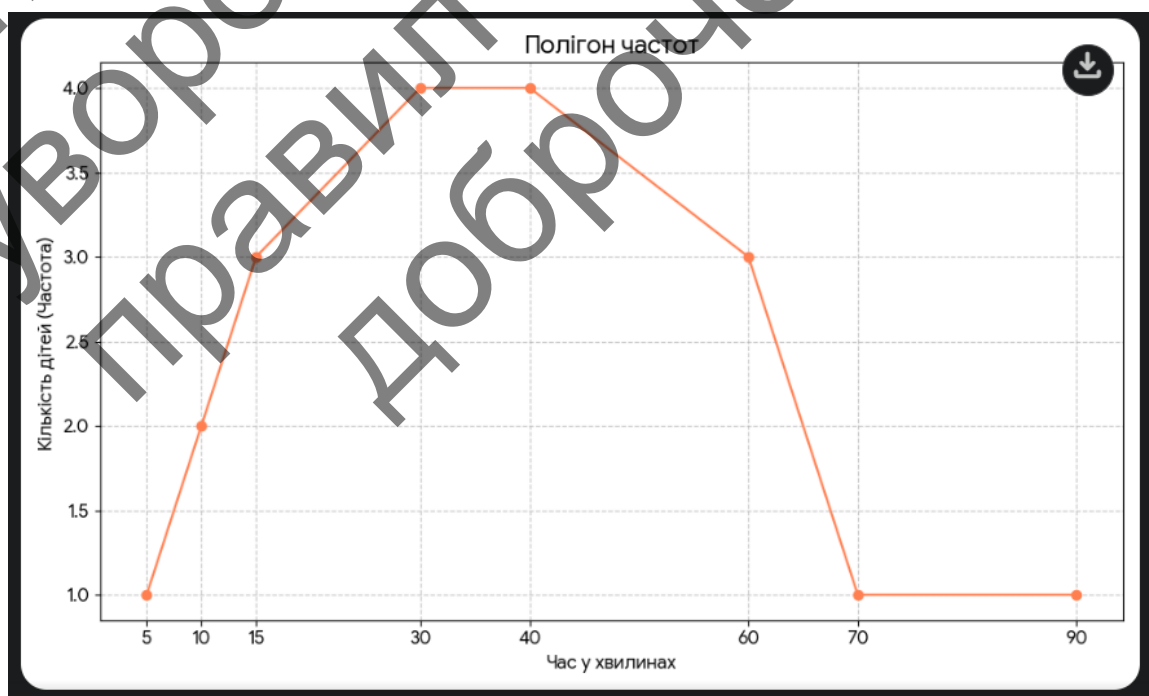
Інтеграція ІІІ-асистента (демонстрація):

Вчитель вводить дані прикладу 1 у ШІ-чатбот і просить: «На основі цих даних побудуй полігон частот та стовпчасту діаграму». ШІ миттєво генерує графіки, які вчитель проектує на дошку.

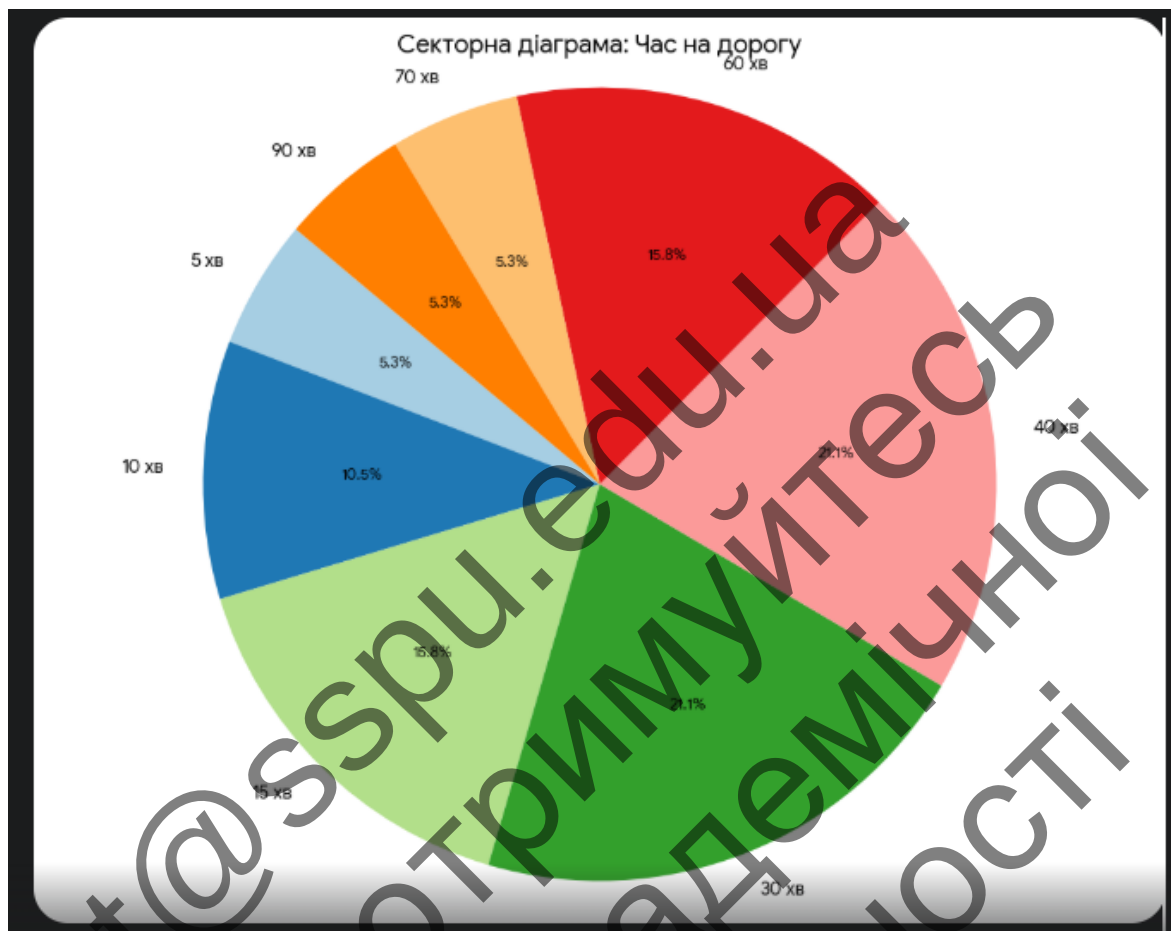
1. Стовпчаста діаграма



2. Полігон частот



3. Секторна діаграма



IV. Етап закріплення (практика) (15 хв)

Вчитель переходить у роль фасилітатора.

Вчитель: «Теорію ми розібрали. Тепер – практика. Ви працюєте самостійно на платформі Khan Academy. Ваше завдання – розв'язати серію завдань. Я буду бачити ваш прогрес у себе на дашборді і підходити до тих, кому потрібна індивідуальна допомога».

Учні:

- Отримують завдання.
- Отримують миттєвий зворотний зв'язок. Якщо учень помилився платформа не дає відповідь, а надає підказку (підказок може бути кілька) та посилання на пов'язані навчальні матеріали».

Відкривайте нове! 🔍 Пошук Khan Academy Любов Іванова

Вдосконалюйте навички, здійснюючи тижневий поступ!

Рівень 1 0 / 1 навичка

Математика, 11 Клас

КУРС: МАТЕМАТИКА, 11 КЛАС > РОЗДІЛ 3

Урок 4: Елементи математичної статистики

- Читання гістограм Це хто?
- Вступ до статистики: Середнє ...
- Медіана в гістограмі
- Обчислення середнього значення... Це хто?**
- Оцінка середнього та медіани ...

Обчислення середнього значення та медіани за допомогою графічних показників даних.

Google Classroom Microsoft Teams

Ренато зібрав 100 пенні й записав дату на кожній монеті. Нижче наведено його результати:

Розв'язати 4 завдання 0/4 Пропустити Перевірити

Відкривайте нове! 🔍 Пошук Khan Academy Любов Іванова

Вдосконалюйте навички, здійснюючи тижневий поступ!

Рівень 1 0 / 1 навичка

Математика, 11 Клас

КУРС: МАТЕМАТИКА, 11 КЛАС > РОЗДІЛ 3

Урок 4: Елементи математичної статистики

- Читання гістограм Це хто?
- Вступ до статистики: Середнє ...
- Медіана в гістограмі
- Обчислення середнього значення... Це хто?**
- Оцінка середнього та медіани ...

Обчислення середнього значення та медіани за допомогою графічних показників даних.

Google Classroom Microsoft Teams

Міс Гомес перевіряла, скільки учнів у кожному з її класів.

Знайдіть медіану кількості студентів.

студентів

2/4 Пропустити Перевірити

Відкривайте нове! 🔍 Пошук Khan Academy Любов Іванова

Вдосконалюйте навички, здійснюючи тижневий поступ!

Рівень 1 0 / 1 навичка

Математика, 11 Клас

КУРС: МАТЕМАТИКА, 11 КЛАС > РОЗДІЛ 3

Урок 4: Елементи математичної статистики

- Читання гістограм Це хто?
- Вступ до статистики: Середнє ...
- Медіана в гістограмі
- Обчислення середнього значення... Це хто?**
- Оцінка середнього та медіани ...

Обчислення середнього значення та медіани за допомогою графічних показників даних.

Google Classroom Microsoft Teams

Вам може знадобитися: Калькулятор

Нія записала масу кожного каменя зі своєї колекції.

Знайдіть середню масу

г

3/4 Пропустити Перевірити

Відкривайте нове! 🔍 Пошук Khan Academy Любов Іванова

Вдосконалюйте навички, здійснюючи тижневий поступ!

Google Classroom Microsoft Teams

Математика, 11 Клас

КУРС: МАТЕМАТИКА, 11 КЛАС > РОЗДІЛ 3
Урок 4: Елементи математичної статистики

Читання гістограм
Це хто?

Вступ до статистики: Середнє ...

Медіана в гістограмі

Обчислення середнього значення...
Це хто?

Оцінка середнього та медіани ...

Менеджер записав, скільки годин кожен з 11 касирів відпрацював за тиждень. Нижче наведено гістограму, що відображає ці дані:

Який інтервал містить медіанну кількість робочих годин?
Оберіть одну відповідь.

4 / 4 Пропустити Перезавантажити

V. Підсумок уроку (3 хв)

Учні виконують завдання Kahoot-вікторини, з наступними питаннями:

- Що ми називаємо варіаційним рядом?
- Що ми називаємо об'ємом вибірки?
- Що ми називаємо середнім значенням вибірки?
- Що ми називаємо медіаною вибірки?
- Що ми називаємо модою вибірки?
- Поясніть, що називають розмахом вибірки?

VI. Домашнє завдання (2 хв)

Опрацювати §3, п.14 (ст.78-80)

Виконати № 14.7; 14.10; 14.12; 14.14; 14.18