

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики, фізики та методик їх навчання

Ібрагімова Сабіна Ельшанівна

**РОЗВИТОК ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ В УМОВАХ
ЗМІШАНОГО НАВЧАННЯ**

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Галузь знань : 01 Освіта/Педагогіка

Кваліфікаційна робота
на здобуття освітнього ступеня магістра

Науковий керівник:

_____ О.С. Чашечникова,
доктор педагогічних наук, професор,
завідувач кафедри математики,
фізики та методик їх навчання

« » _____ 2025 року

Виконавець:

_____ С.Е. Ібрагімова

« » _____ 2025 року

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3-5
РОЗДІЛ 1 РОЗВИТОК ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ ЯК ПЕДАГОГІЧНА ПРОБЛЕМА.....	6-28
1.1 Просторове мислення. Різні підходи до визначення просторового мислення.....	6-10
1.2 Роль просторового мислення у реальному житті.....	10-15
1.3 Психолого-педагогічні особливості розвитку просторового мислення учнів різного віку.....	15-23
1.4 Проблеми розвитку просторового мислення у сучасних умовах.....	23-28
Висновки до першого розділу.....	28
РОЗДІЛ 2 ФОРМУВАННЯ ТА РОЗВИТОК ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ ШКОЛЯРІВ В УМОВАХ ЗМІШАНОГО НАВЧАННЯ ..	29-68
2.1 Дошкільний та молодший шкільний вік як сензитивні періоди розвитку просторового мислення.....	29-39
2.2 Особливості розвитку просторового мислення учнів основної школи.....	39-49
2.3 Розвиток просторового мислення старшокласників.....	50-63
2.4 Прийоми розвитку просторового мислення учнів.....	63-67
Висновки до другого розділу.....	68
ВИСНОВКИ.....	69
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	70-78
ДОДАТКИ.....	79-86

ВСТУП

Актуальність. Сучасна система освіти переживає глибоку трансформацію, зумовлену впровадженням цифрових технологій і нових підходів до навчання, серед яких провідне місце займає змішане навчання. Як зазначають Horn та Staker (2015) [55], *blended learning* (змішане навчання) поєднує традиційні форми взаємодії вчителя й учня з використанням електронних освітніх ресурсів, що створює принципово нові можливості для формування ключових компетентностей учнів. Важливим освітнім викликом у цьому контексті є розвиток просторового мислення учнів - когнітивної здатності, яка, за Ж. Піаже (1967) [77], становить основу інтелектуального розвитку, забезпечуючи розуміння суб'єктом просторових відношень та підтримку розвитку логічного мислення.

Розвиток просторового мислення посідає центральне місце у вивченні геометрії (Clements & Battista, 1992) [49]. Зокрема, Shepard & Metzler (1971) [85] довели важливість операцій ментальної ротації для формування просторових уявлень. Kosslyn (1994) [59], досліджував механізми візуалізації. Сучасні дослідники освітніх технологій (Sorby (2009) [83]) показали ефективність спеціально розроблених програм для розвитку просторового мислення, зокрема, у студентів інженерних спеціальностей.

В умовах змішаного навчання розвиток просторового мислення учнів набуває нового змісту. Використання інтерактивних презентацій, 3D-моделювання, VR- (віртуальна реальність - це технологія, що створює імітоване тривимірне середовище, у яке користувач повністю занурюється й може взаємодіяти з ним через цифрові інтерфейси) та AR- (доповнена реальність - це технологія, яка інтегрує комп'ютерно згенеровані об'єкти чи дані в реальний простір, поєднуючи фізичний та цифровий світи в єдиному візуальному полі) середовищ, а також віртуальних лабораторій створює додаткові можливості для візуалізації просторових відношень і формування навичок просторової уяви (Bower та колеги, 2017; Radianti та колеги, 2020) [48,

78]. При цьому вчителі отримують інструменти для гнучкого моніторингу та індивідуалізації процесу навчання, що особливо актуально у формуванні геометричних понять.

Разом із тим, як відзначають Н. Морзе та С. Семеріков (2019) [24], у сучасній педагогічній науці бракує ґрунтовних досліджень, що інтегрували б цифрові інструменти змішаного навчання з методиками розвитку просторового мислення школярів. Відсутня систематизована методологія створення дидактичних матеріалів і цифрових ресурсів, спрямованих на формування цих когнітивних здібностей учнів різних вікових груп.

Отже, тема дослідження **«Розвиток просторового мислення учнів в умовах змішаного навчання»** є актуальною. Це відповідає стратегічним завданням модернізації української освіти, визначеним у Концепції «Нова українська школа», спрямовано на поєднання сучасних педагогічних технологій з інноваційними цифровими інструментами задля підвищення якості математичної підготовки та формування компетентностей, необхідних у так званому «цифровому суспільстві» XXI століття.

Мета дослідження – вивчення особливостей розвитку просторового мислення школярів в умовах змішаного навчання.

Відповідно до мети дослідження було визначено такі **завдання**:

1. На основі аналізу психолого-педагогічної літератури дослідити теоретичні основи розвитку просторового мислення учнів.
2. Проаналізувати програми та підручники математики у контексті дослідження.
3. Проаналізувати можливості підвищення ефективності розвитку просторового мислення школярів в умовах змішаного навчання математики.
4. Розробити методичні рекомендації у контексті дослідження.

Об’єкт дослідження – процес навчання математики у закладах загальної середньої освіти.

Предмет дослідження – методичні аспекти розвитку просторового мислення школярів в умовах змішаного навчання математики.

Методи дослідження. Для досягнення мети та вирішення поставлених завдань використано наступні методи: *теоретичні* - аналіз психолого-педагогічної, науково-методичної літератури, нормативних документів у контексті дослідження; аналіз навчальних програм та підручників математики у контексті дослідження; з'ясування особливостей організації навчального процесу в умовах змішаного навчання, спрямованого на розвиток просторового мислення учнів; *емпіричні* – діагностичні (спостереження, тестування, анкетування стосовно основних питань з проблеми дослідження).

Практичне значення здобутих результатів полягає у створенні методичних рекомендацій щодо модернізації уроку математики в умовах змішаного навчання з метою спрямованості на розвиток просторового мислення учнів.

Апробація результатів дослідження. Основні результати дослідження оприлюднені на Студентській звітній конференції (2024) [13], V та VI Всеукраїнських науково-методичних інтернет-конференціях студентів, аспірантів та молодих вчених «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу Форум молодих дослідників» (ІТМ*плюс-2024, ІТМ*плюс-2025) (Суми, 2024, 2025) (у співавторстві) [12; 41]; Всеукраїнській науково-практичній конференції з міжнародною участю студентів, аспірантів і молодих учених «Крок у науку: дослідження у галузі природничо-математичних дисциплін та методик їх навчання» (Чернігів, 2025) (у співавторстві) [42].

Структура та обсяг магістерської роботи. Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, списку використаних джерел (90 найменувань) та додатків. Робота містить 35 рисунків, 9 таблиць. Повний обсяг роботи становить 86 сторінок, основна частина 78 сторінок.

Робота буде корисною студентам фізико-математичного факультету та вчителям математики закладів загальної середньої освіти.

РОЗДІЛ 1

РОЗВИТОК ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ ЯК ПЕДАГОГІЧНА ПРОБЛЕМА

1.1 Просторове мислення. Різні підходи до визначення просторового мислення

Нами розглянуто різні психологічні дослідження, що пропонують декілька підходів до визначення та розуміння цього феномену. У науковій літературі просторове мислення трактується по-різному, залежно від теоретичної парадигми дослідника.

Таблиця 1.1

Різні підходи до визначення просторового мислення

Автор	Визначення/підхід	Основні ідеї
Жан Піаже (Piaget & Inhelder, 1956) [77]	Просторове мислення - результат розвитку логіко-математичних операцій у дитини.	Формується на основі сенсомоторного досвіду, проходить стадії розвитку - від егоцентризму до об'єктивного оперування просторовими відношеннями.
Говард Гарднер (Gardner, 1993) [51]	Просторове мислення - прояв просторово-візуального інтелекту.	Характеризується здатністю точно сприймати візуальний світ, трансформувати його у пам'яті, мислити у 3D.
Нора Ньюкомб (Newcombe & Huttenlocher, 2000) [74]	Просторове мислення - здатність будувати, зберігати, трансформувати й використовувати ментальні уявлення про об'єкти в просторі.	Розвивається завдяки взаємодії спадковості та практики; важлива роль активних просторових завдань.

Р. С. Беднарз & Дж. Лі (Bednarz & Lee, 2011) [47]	Просторове мислення - багатовимірна конструкція.	Візуалізація простору, інтерпретація просторових відношень, орієнтація, картографічне мислення.
І. С. Якіманська	Просторове мислення - специфічний вид розумової діяльності, яка має місце в розв'язуванні задач, що потребують орієнтації у просторі. У своїх найбільш розвинених формах це мислення образами, у яких фіксуються просторові властивості та відношення.	Оперує образами з фокусом на форму, величину, розташування; забезпечує створення нових образів шляхом трансформації.
В. К. Сидоренко (цит. Онищенко & Коломієць) [34]	Просторове мислення - вид розумової діяльності, що забезпечує створення просторових образів і оперування ними в процесі вирішення практичних і теоретичних завдань.	Особливий вид діяльності; включає сприйняття, уявлення та прогнозування нових просторових структур у процесі завдань.
О. Н. Кабанова-Меллер	Просторове мислення - специфічний вид розумової діяльності, що має місце у вирішенні завдань, які потребують орієнтації в практичному й теоретичному просторі... Мислення образами, які перетворюються при розв'язуванні задач.	Вид мислення образами, що передбачає їх зміну/перетворення; тісний зв'язок із образним мисленням.

Таким чином, просторове мислення розглядається у психології як складна когнітивна здібність, яка включає не лише сприйняття й уявлення, а й активні розумові операції, пов'язані з просторовими структурами.

Нами розглянуті та проаналізовані різні дослідження [62; 47; 74; 63]. Зокрема цікавим є дослідження Тома Лурі [62], який у своїх дослідженнях розглядає взаємозв'язок між просторовим мисленням та мовою. Він виявив, що різні мови по-різному кодують просторові відношення, що впливає на те, як носії цих мов сприймають та описують простір. Це свідчить про те, що специфіка культури та мови можуть по-різному впливати на формування просторового мислення. Головним висновком є те, що мовні особливості впливають на сприйняття та опис простору, підкреслюючи взаємозв'язок між мовою та когніцією.

Якщо розглядати просторове мислення як процес когнітивного розвитку людини, то у дослідженні Роберта С. Беднарза та Джонгвона Лі (2011) було розроблено «Тест здатності до просторового мислення» [47] (Spatial Thinking Ability Test, STAT) для оцінки різних компонентів просторового мислення. Аналіз результатів 446 учнів та студентів показав, що просторове мислення складається з декількох взаємопов'язаних навичок, таких як візуалізація на карті, ідентифікація та класифікація картографічних символів, навігація та розпізнавання просторових кореляцій. Головним висновком є те, що просторове мислення не є однорідною здатністю, а складається з різних компонентів, які можна розвивати окремо.

Нора Ньюкомб та Джанеллен Хаттенлохер у своїй праці «Making Space: The Development of Spatial Representation and Reasoning» (2000) [74] описують механізми становлення просторових уявлень у дітей. На думку авторів, розвиток просторового мислення є результатом поєднання вроджених здібностей і досвіду взаємодії з предметним світом. Важливим чинником вони вважають активне залучення дітей до виконання спеціальних «просторових завдань», оскільки такі вправи стимулюють удосконалення низки когнітивних навичок. Зокрема, ідеться про покращення зорово-просторової пам'яті, уміння

орієнтуватися у складних просторових середовищах, здатність до ментального обертання об'єктів, а також точність у відтворенні просторових відносин і пропорцій. Автори наголошують, що систематичне практикування у виконанні подібних завдань формує гнучкість просторового мислення та забезпечує поступовий перехід від сформованих елементарних уявлень до спроможності аналізувати просторові відношення.

Також, проаналізувавши джерела, можемо стверджувати, що будь-яка діяльність людини впливає на розвиток просторового мислення. Дослідження Елеанор Магвайр та її колег (2000) [63] показало, що у лондонських таксистів, які проходять інтенсивне навчання для запам'ятовування міських маршрутів, спостерігається збільшення об'єму задньої частини гіпокампу - області мозку, пов'язаної з навігацією та просторовою пам'яттю. Це свідчить про пластичність мозку та вплив професійної діяльності на розвиток просторових навичок. Головним висновком є те, що інтенсивна практика в навігації може призвести до структурних змін у мозку, що впливають на просторове мислення.

Келлі Мікс та її колеги (2016) [68] дослідили зв'язок між просторовим мисленням та математичними навичками у дітей. Результати показали, що тренування просторових навичок, таких як **ментальна ротація** - здатність уявно обертати об'єкти у просторі без фізичного маніпулювання ними, - призводить до покращення успішності з математики. Це підкреслює важливість інтеграції завдань на просторову уяву у навчальний процес з метою розвитку математичних здібностей школярів.

Дослідники Гюнтер Мареш та Шеріл Сорбі у праці «Perspectives on Spatial Thinking» [64] розглядають чотири наукові підходи до дослідження просторового мислення, кожен із яких вирізняється власними методологічними засадами та теоретичною перспективою. Вони акцентують увагу на значенні цілеспрямованого розвитку просторових навичок і демонструють їхній тісний зв'язок з успішністю у сферах науки, технологій, інженерії та математики (STEM - інтегрований освітній підхід, що поєднує ці галузі для формування практичних умінь і критичного мислення). На думку авторів, усвідомлення

історичної еволюції підходів до дослідження просторового мислення є важливою основою для подальшого прогресу в цій науковій галузі.

Отже, просторове мислення постає ключовим компонентом когнітивного розвитку, який забезпечує здатність людини орієнтуватися у довкіллі та маніпулювати об'єктами у просторі. Різноманітні наукові підходи до його вивчення просторового мислення підкреслюють його багатогранність та його значущість у різних сферах людської діяльності. Усвідомлення механізмів становлення просторового мислення й чинників, що визначають його динаміку, відкриває можливості для створення ефективних педагогічних стратегій і методик, спрямованих на вдосконалення когнітивних здібностей і професійних компетентностей.

1.2 Роль просторового мислення у реальному житті

Просторове мислення виступає одним із ключових компонентів когнітивного розвитку особистості та відіграє фундаментальну роль у багатьох аспектах людської діяльності. Воно забезпечує здатність уявляти, маніпулювати і трансформувати просторові образи в уяві, орієнтуватися у навколишньому середовищі та планувати дії в тривимірному просторі. Його значущість підтверджується як у повсякденному житті, так і в професійній діяльності, особливо в таких галузях, як архітектура, інженерія, медицина, авіація, спорт, образотворче мистецтво тощо.

Зокрема, для пілотів просторове мислення не просто бажане, а життєво необхідне. Робота в повітряному просторі вимагає здатності орієнтуватися у тривимірному середовищі, прогнозувати зміну положення об'єктів, оцінювати відстань між об'єктами, швидкість і напрям руху. Як зазначають дослідники (Taylor, M. M., O'Hare, D., & Morrison, D., 2014) [84], високий рівень розвитку просторового мислення пов'язаний із якістю навігаційної діяльності пілота та здатністю уникати критичних ситуацій у повітрі.

У спортивній діяльності просторове мислення формує основу тактичного бачення, швидкості реакції та просторової координації. У командних видах спорту воно дає змогу гравцям швидко орієнтуватися, прогнозувати дії суперника, раціонально використовувати простір поля. Як зазначають Moreau та колеги (2012) [70], спортсмени з високим рівнем просторової уяви приймають рішення швидше та демонструють вищу ефективність у грі.

Під час опрацювання міждисциплінарних аспектів ми звернули увагу, що просторове мислення відіграє ключову роль і в хімії, зокрема при вивченні моделей молекул (рис. 1.1). Учні, які мають розвинене просторове мислення, краще засвоюють геометричну будову молекул, стереоізомерію та хімічні взаємодії. Наприклад, під час вивчення будови молекул у курсі органічної хімії учням необхідно уявити розміщення атомів у просторі, що сприяє глибшому розумінню хімічних властивостей речовин. Дослідження українських педагогів (Ляшенко, О. І., & Товканець, О. В., 2020) [21] свідчить, що інтеграція просторових завдань у шкільні та позашкільні заняття з хімії підвищує успішність учнів і формує кращу наукову компетентність.

У медицині просторове мислення є ключовим компонентом професійної компетентності, особливо у хірургії та радіології. Лікарі повинні точно уявляти тривимірну анатомічну будову пацієнта, прогнозувати наслідки своїх маніпуляцій та швидко приймати рішення у складних клінічних ситуаціях. Дослідження Hegarty та співавторів (2007) [54] показують, що розвиток просторових навичок у студентів медиків позитивно впливає на точність виконання хірургічних маніпуляцій, розуміння медичних зображень і ефективність навчання в умовах симуляцій та клінічної практики. Таким чином, формування просторового мислення є невід'ємною частиною підготовки висококваліфікованих фахівців у сфері медицини.

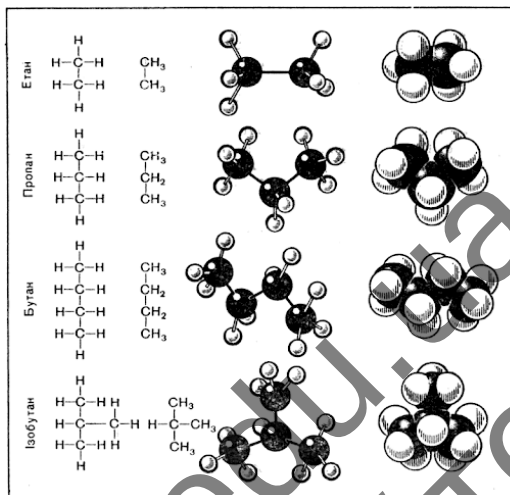


Рис. 1.1 Структурні формули й моделі деяких насичених вуглеводнів

У сфері інженерної освіти розвиток просторових навичок на пряму корелює з успішністю студентів. Відоме дослідження В. Sorby (2009) [82], що стало класичним у так званій «технічній педагогіці», показало, що студенти, які мають високий рівень просторових здібностей, краще виконують креслярські завдання, легше опановують САПР-системи (CAD, Computer-Aided Design-це програмні комплекси, призначені для автоматизованого проєктування та моделювання об'єктів різної складності у дво- та тривимірному просторі) і демонструють вищі результати в інженерному аналізі. Ці дані підтверджують необхідність системної підтримки розвитку просторового мислення у процесі фахової підготовки.

Для фахівців технічних спеціальностей просторове мислення є критично важливим. Як зазначає Т.С. Штикало (2018) [45], воно створює основу професійної компетентності майбутніх архітекторів, інженерів та дизайнерів, оскільки дає змогу уявляти об'єкти у тривимірній проєкції, аналізувати їхню структуру, масштаб і взаємодію між елементами. Це не лише покращує якість проєктування, а й сприяє розвитку креативності, технологічної уяви та системного мислення.

У творчих професіях просторове мислення є джерелом образної уяви та композиційного бачення. Дослідження О.Є. Бачинської (2021) [1] свідчить, що митці, скульптори й архітектори демонструють високий рівень розвитку просторового мислення, що відображається у складності композицій,

глибокому розумінні перспективи та використанні світла і тіні. Історичний аналіз демонструє поступову еволюцію просторового мислення в мистецтві: від площинних, символічних композицій середньовіччя (рис. 1.2) до науково обґрунтованої теорії перспективи епохи Відродження. Вагомий внесок у цей процес зробив Леонардо да Вінчі (1452–1519), якого в європейській науковій традиції часто називають одним із перших, хто систематизував принципи зображення простору (Kemp, 2006; Gombrich, 1995) [57, 53]. Леонардо не лише практикував, а й теоретично осмислив **закони лінійної перспективи**, доводячи, що всі паралельні лінії у зображенні мають сходитися в єдиній точці горизонту. Завдяки цьому на площині створювалася переконлива ілюзія тривимірності, що наближало картину до реального візуального досвіду глядача (рис. 1.3). Важливо зазначити, що Леонардо був також новатором у розробці принципу **атмосферної перспективи**: він вказував, що чим далі розташований об'єкт, тим менш чіткими стають його контури і тим більше він набуває блакитнуватих відтінків, спричинених впливом повітряного середовища (Kemp, 2011) [58].

У власних нотатках і трактатах, зокрема в «Книзі про живопис» (Trattato della pittura), Леонардо да Вінчі систематично описував закони зорового сприйняття, поєднуючи мистецтво з анатомією, геометрією та оптикою. Таким чином, його внесок в історію європейської культури виходив за межі живопису: він заклав підґрунтя для наукового підходу до просторової репрезентації, що згодом стало ключовим не лише в образотворчому мистецтві, а й у розвитку архітектури, інженерії та математичних наук.



Рис. 1.2 Ікона із зображенням св. Козьми та Даміана. Майстер Лос Балбасесу, 1495 р.

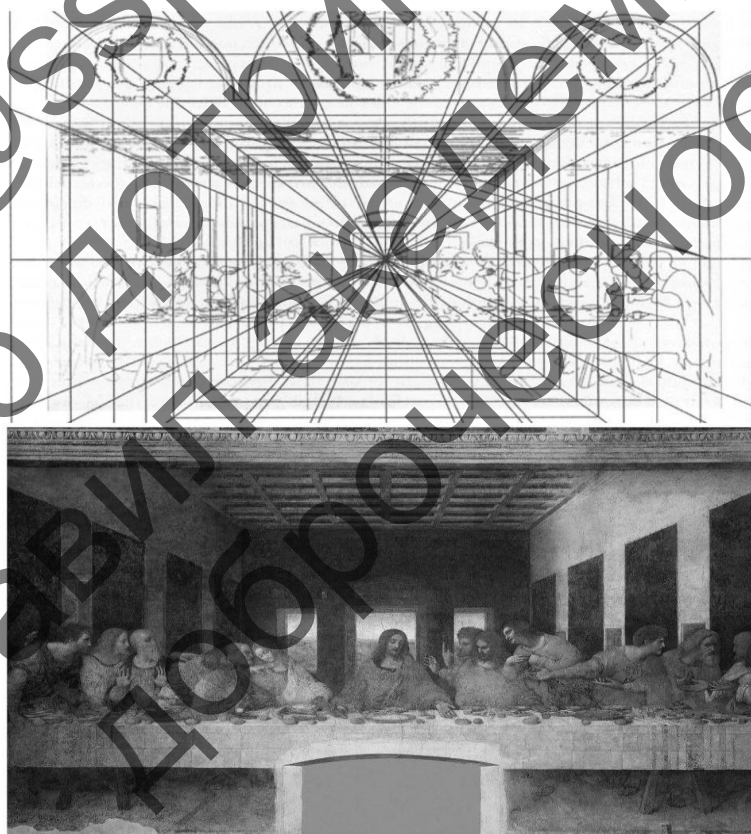


Рис. 1.3 Леонардо да Вінчі (1452-1519) «Таємноа вечеря». Схема побудови перспективи

У XX столітті просторове мислення стало важливим інструментом художнього експерименту, зокрема в кубізмі, поп-арті та цифровому мистецтві. Ці напрями порушили традиційні канони перспективи, вводючи нові моделі

просторового сприйняття, засновані на концепціях багатовимірності та ілюзії руху. У цьому контексті просторове мислення постає не лише як когнітивна здібність, а й як філософська категорія, що дозволяє осмислювати нові форми реальності. Зокрема, дослідження Вільяма Сейца (1965) [79] підкреслюють, що оп-арт використовує оптичні ілюзії для створення враження руху та глибини на двовимірній поверхні, що ставить під сумнів традиційні уявлення про простір у мистецтві.

Таким чином, просторове мислення є необхідною умовою ефективної діяльності в реальних умовах, тому його розвиток має стати однією з важливих цілей навчання.

1.3 Психолого-педагогічні особливості розвитку просторового мислення учнів різного віку

Просторове мислення є однією з базових когнітивних функцій, що забезпечує орієнтацію у навколишньому середовищі, розуміння просторових відношень між об'єктами, а також успішне засвоєння знань з математики, природничих та інших наук. У процесі навчання школярів просторове мислення розвивається нерівномірно (залежно від віку, пізнавальних особливостей та соціально-педагогічних умов).

Розглянемо основні вікові етапи формування просторового мислення, а також психологічні чинники, що впливають на його становлення у дітей різних вікових категорій, від дошкільного віку до старшої школи.

Дошкільний вік. Аналіз психолого-педагогічної літератури свідчить, що дошкільний період є базовим етапом для розвитку просторового мислення. Саме в цьому віці дитина інтенсивно пізнає навколишній простір через гру, маніпуляції з предметами та активне спілкування. Як зазначає М. Shandro (2022) [44], саме предметно-ігрова діяльність і вправи з геометричними формами активізують у дітей здатність орієнтуватися в просторі, що є основою формування просторової уяви.

У перші роки життя провідним залишається наочно-дійовий тип мислення, коли дитина ще не може уявити предмет без взаємодії з ним. Проте вже з 4–5 років формується образне мислення, що дозволяє дітям здійснювати просторові уявні дії (наприклад, уявити, як повертається куб) без необхідності фізичного контакту з предметами.

У контексті сучасної освіти дедалі частіше використовуються цифрові інструменти, зокрема мобільні додатки та середовища доповненої реальності (AR), які допомагають дітям формувати уявлення про об'єм, напрям, розмір. Згідно з дослідженням Bates та колег (2023) [46], дошкільнята, які взаємодіяли з цифровими моделями та просторовими завданнями, демонстрували вищі результати при виконанні тестів ментального обертання, ніж діти, які працювали лише з традиційними іграшками.

Хоча є й інші дослідження, що є діаметрально протилежними. Зазначають, що жести́ва комунікація та мова, яка описує простір (наприклад, «вище», «нижче», «перед»), також сприяють формуванню просторових понять (Uttal та коле́ги, 2020) [87]. Таким чином, у дітей розвивається здатність не лише уявляти розміщення об'єктів, а й вербалізувати свої уявлення, що надалі позитивно впливає на навчання у початковій школі.

Виділяють такі ключові етапи:

- наочно-дійове мислення (3-4 роки): фізичні дії з об'єктами формують первинні уявлення про простір;
- образи в уяві (4-5 років) (здатність уявляти просторові об'єкти та дії над ними без прямої маніпуляції);
- образно-схематичне мислення (до 6 років): формування внутрішніх схем дій, оперування ними мовою та жестами, що виходить за межі сенсомоторного досвіду.

Отже, відповідно до аналізу наукових джерел, у віці 3–6 років відбувається поступовий перехід від маніпулятивного (сенсомоторного) досвіду до внутрішніх схем і уявлень. Це дозволяє дітям вирішувати просторові завдання «в уяві» ще до початку навчання у школі. Такий процес закладає

когнітивну базу для подальшого розвитку логіко-просторових навичок у молодшому шкільному віці.

Молодший шкільний вік. На основі аналізу психолого-педагогічних досліджень можемо підкреслити, що молодший шкільний вік є критичним періодом для формування просторового мислення, оскільки саме в цей час відбувається інтенсивний розвиток логіко-понятійного мислення, навичок читання, письма, виконання елементарних математичних завдань, що безпосередньо пов'язані з просторовими уявленнями. Діти цього віку поступово опановують орієнтацію в просторі, починають розрізняти відносні просторові координати – «зліва/справа», «вгорі/внизу», «перед/за», - і вчаться співвідносити предмети між собою у площині та у тривимірному просторі (Turgut, 2022; Vasta, Haith & Miller, 2023) [86,88].

У цей віковий період провідну роль у розвитку просторових уявлень відіграє навчання. Через практичні завдання, ігри, образотворчу діяльність, моделювання та конструювання в учнів поступово формують навички виконання просторових перетворень: обертання об'єктів, зміна масштабу, переміщення у просторі. У дослідженні Sorby (2020) [83] доведено, що саме через активне залучення до діяльності з просторовими об'єктами діти молодшого шкільного віку демонструють зростання когнітивної гнучкості та здатності до ментальних маніпуляцій з формами та структурами. Як зазначає Чашечникова О.С. (1996) [40], на цьому етапі розвитку діти ще переважно мислять наочно-образно, але вже спостерігається зрушення у напрямку формування абстрактного мислення. Вони починають користуватись умовними позначеннями, схемами, картами, що свідчить про розвиток навичок оперувати просторовою інформацією у вигляді символів. Дослідниця підкреслює важливість поступового і систематичного включення просторових завдань у зміст навчання, щоб забезпечити сталість і результативність розвитку цих навичок.

У сучасній початковій школі важливим компонентом розвитку просторового мислення є навчання математики, зокрема елементів геометрії, де

учні працюють з геометричними фігурами, ознайомлюються з їх властивостями на інтуїтивному рівні. Значущими є й уроки образотворчого мистецтва, трудового навчання та природознавства, які активно залучають дитину до візуально-практичної діяльності. Згідно з дослідженнями німецьких вчених (Friedrich & Troche, 2021) [50], систематична участь у просторово-орієнтованих активностях значно покращує когнітивні та академічні показники учнів.

У порівнянні з підходами попередніх десятиліть, сьогодні широко використовуються цифрові інструменти для розвитку просторового мислення. Платформи типу GeoGebra або Tinkercad, а також технології віртуальної та доповненої реальності дають змогу в інтерактивному форматі вивчати тривимірні моделі та симуляції. Водночас, дослідження Lee & Uttal (2022) [61] свідчить, що ефективність використання цифрових засобів залежить від якості педагогічного супроводу, оскільки учні молодшого віку потребують інструкцій та постійної підтримки для засвоєння нових знань.

Виділяють такі ключові етапи:

- наочно-образне мислення (6-7 років) (учень спирається на зорове сприйняття предметів, рисунків, оперує простими зображеннями, вивчає форми, розміри);
- образно-схематичне мислення (7-8 років) (з'являється здатність уявляти просторові взаємозв'язки за допомогою схем, умовних зображень);
- схематично-аналітичне мислення (8-9 років) (дитина починає аналізувати просторові об'єкти у свідомості, порівнювати, реконструювати, передбачати зміни взаємного розміщення);
- перехід до вербально-логічного мислення (9-10 років) (з'являється вміння описувати просторові явища словами, будувати прості ментальні моделі без опори на зорові образи).

Отже, у дітей молодшого шкільного віку просторове мислення розвивається завдяки поєднанню практичного досвіду, використання специфічних завдань та інформаційних технологій. Формування просторових уявлень відбувається на межі між наочно-образним та логічно-абстрактним

мисленням, а тому вимагає такої організації навчального процесу, що базується на використанні різноманітних форм діяльності.

Підлітковий вік. Підлітковий вік характеризується якісними змінами у структурі просторового мислення, пов'язаними зі зростанням когнітивної зрілості та переходом до оперування просторовими образами на абстрактному рівні. У цей період значно розширюється здатність до ментальної трансформації об'єктів, включаючи їхнє обертання, дзеркальне відображення, масштабування та уявне комбінування в нові структури. Підлітки починають краще розуміти геометричні властивості об'єктів, закономірності різних видів симетрії, топологічні відношення та взаємозв'язки між координатами у тривимірному просторі (Shea, Lubinski & Benbow, 2021; Krüger, 2020) [80, 60].

Особливості цього віку: інтенсивний розвиток логічного мислення та перехід від наочно-образних до формально-операційних форм міркування (згідно з теорією Ж. Піаже) [77]. Саме тому підлітки вже здатні опрацьовувати більш складні абстрактні схеми, уявно маніпулювати об'єктами без потреби у фізичному взаємодії з ними, а також розв'язувати задачі (наприклад, пов'язані з перетинами тіл, розгортками фігур, побудовою перерізів) (Vasta, Haith & Miller, 2023) [88].

У дослідженні Чашечникової О.С. (1996) [40] наголошується, що саме в підлітковому віці відкривається нове «вікно можливостей» для цілеспрямованого розвитку просторової уяви, адже учні цього віку вже мають необхідну мотивацію, уважність та інтелектуальні ресурси для опанування більш складними просторовими структурами, підкреслює ефективність використання, зокрема, уявних моделей, графічного зображення об'єктів, використання креслень як засобів формування просторових уявлень у старших школярів.

Значну роль у розвитку просторового мислення підлітків відіграють шкільні курси математики, фізики, трудового навчання, інформатики. Але геометрія на цьому етапі вивчається на основі введення логічної побудови на

аксіоматичній основі. Недостатньо уваги приділялося розвитку просторового мислення школярів.

У країнах ЄС, зокрема Німеччині, розвиток просторового мислення в підлітків підтримується міждисциплінарним підходом, який інтегрує математику, фізику та технології - особливо через STEM-освіту (Friedrich & Troche, 2021; Goldhammer et al., 2022) [50, 52].

У наш час підлітки активно користуються цифровими технологіями. У зарубіжних школах більш часто використовують тривимірні редактори, середовища моделювання, симулятори фізичних процесів. Це дозволяє реалізовувати складні проекти із залученням учнів - від архітектурного планування до програмування віртуального середовища (Sorby, 2020) [83]. У дослідженні Lee & Uttal (2022) [61] зазначено, що використання VR і AR краще формує уявлення учнів про об'єм, перспективу, що важливо для ефективного засвоєння навчального матеріалу дисциплін природничого циклу.

Сучасна освіта зосереджується не лише на засвоєнні змісту, але й на розвитку когнітивних здібностей через проблемно-орієнтовані завдання, дослідницькі проекти, участь у міжпредметних олімпіадах. Це дозволяє не лише сформувати просторові уявлення підлітків, але й навчити учнів застосовувати їх у реальних ситуаціях.

Виділяють такі ключові етапи:

- перетворення об'єктів в уяві (11-12 років): учні здатні ментально обертати, віддзеркалювати, масштабувати об'єкти без опори на реальні дії;
- розуміння просторових закономірностей (12-13 років): формується здатність до аналізу співвідношень між об'єктами, симетрії фігур;
- формування абстрактного просторового мислення (13-14 років): здатність оперувати просторовими структурами через переклад їх формулами, графіками, кресленнями, схемами;
- міждисциплінарне узагальнення (14-15 років): просторове мислення стає потужним інструментом для розв'язування задач з різних предметів (математика, фізика, біологія, хімія).

Таким чином, у підлітковому віці просторове мислення має можливість перейти на стадію логічно зумовленого оперування абстрактними структурами. Розвиток просторового мислення значною мірою залежить від навчального середовища.

Старші підлітки та молодші юнаки. Старші підлітки та молодші юнаки мають всі можливості для переходу на найвищий рівень розвитку просторового мислення в межах шкільного віку. Відзначається завершення переходу до формально-операційного мислення, що дає змогу ефективно маніпулювати абстрактними просторовими структурами без опори на зовнішні моделі чи зорові підказки. Більшість учнів здатна до «аналітичного розкладання» складних просторових задач, самостійного встановлення зв'язків між просторовими об'єктами та побудови нових концептуальних моделей.

На думку Чашечникової О.С. (1996) [40], просторове мислення старшокласників виходить за межі побутових уявлень, набуваючи системного характеру, який тісно пов'язаний з логіко-математичним апаратом. У старшій школі значне місце відводиться вивченню саме «геометрії у просторі».

Суттєвим чинником формування просторового мислення є інтенсивне застосування комп'ютерних програм для тривимірного моделювання, CAD-систем, середовищ віртуальної та доповненої реальності. Такі інструменти стимулюють здатність учнів розпізнавати геометричні структури, змінювати ракурси, аналізувати взаємозв'язки між елементами об'єкта та трансформувати їх у просторі (Sorby, 2020; Lee & Uttal, 2022) [83, 61]. У країнах з високим рівнем цифровізації освіти, зокрема у Фінляндії та Німеччині, такі технології вже активно інтегровані у навчальний процес, особливо в профільних STEM-класах (Goldhammer et al., 2022) [52].

Також у цьому віці зростає роль міждисциплінарних форм навчання, зокрема участі у наукових проектах, технічних конкурсах, інженерних хакатонах. Такі формати роботи сприяють комплексному осмисленню простору: учні не лише конструюють, але й прогнозують, моделюють,

проводять експерименти, оцінюють ефективність просторових рішень (Krüger, 2020) [60].

Багато дослідників вважають, що порівняно з попередніми десятиліттями, сучасна система освіти відкриває набагато більше можливостей для формування просторової компетентності: завдяки впровадженню проектного навчання, цифрових інструментів, мобільних застосунків для 3D-моделювання, робототехніки, візуального програмування (Vasta et al., 2023) [88]. Як зазначає Krüger (2020) [60], розвиток просторового мислення у старших підлітків стає не лише педагогічною метою, але й способом формування професійної ідентичності.

Виділяють такі ключові етапи:

- формування абстрактно-операційного мислення: здатність до оперування просторовими образами на рівні логічних і математичних операцій (перетворення фігур через використання системи координат, уявна побудова проєкції). Вихід за межі конкретного зображення;
- здатність маніпулювати просторовими фігурами в уяві; здатність планувати складні дії в уяві (наприклад, монтаж або проєктування);
- міждисциплінарна інтеграція: використання просторового мислення починається не лише в ході вивчення навчальних предметів (геометрія, фізика, хімія, інформатика), але і через зв'язок з професійною орієнтацією. Виникає можливість практичного застосування просторових навичок;
- просторове прогнозування: формується здатність передбачати наслідки дій у просторі (наприклад, як буде виглядати об'єкт після повороту, після деформації). Активне використання у кресленні, програмуванні, моделюванні;
- цілеспрямоване навчання через цифрові технології: використання CAD-програм, VR/AR, 3D-графіки та симуляцій зміцнює просторову уяву на високому когнітивному рівні. Формується здатність бачити простір «як фахівець».

У цьому віці просторове мислення людини виходить за межі навчального контексту, набуваючи ознак цілісної інтелектуальної здатності - тобто стає ресурсом для планування, аналізу, аргументації й прийняття рішень у складних ситуаціях.

1.4 Проблеми розвитку просторового мислення у сучасних умовах

У сучасних умовах розвитку освіти та інформаційного суспільства спостерігається суттєва трансформація способів засвоєння знань, що, у свою чергу, впливає на формування ключових когнітивних здібностей, зокрема просторового мислення. Якщо ще кілька десятиліть тому діти здобували просторовий досвід переважно через маніпуляції з фізичними предметами, участь у конструкторській діяльності, грі на відкритому просторі та спостереження за реальним світом, то нині значна частина пізнавальної активності «переноситься в цифрову площину». Така зміна джерел інформації та способів взаємодії зі світом призводить до зменшення кількості ситуацій, у яких дитина безпосередньо застосовує просторові стратегії.

Проблематика розвитку просторового мислення в учнів набула особливої актуальності у світлі результатів міжнародних досліджень. Зокрема, програма PISA-2018 виявила, що українські школярі значно відстають від середніх показників країн ОЕСР у завданнях, які вимагають просторових уявлень і роботи з графічною інформацією. Лише близько 36% українських п'ятнадцятирічних учнів правильно розв'язали завдання, пов'язані з просторовими відношеннями, тоді як середній показник по країнах ОЕСР становив 53% (OECD, 2020) [75]. Це свідчить про наявність системних труднощів у розвитку візуалізаційних і аналітичних навичок, які безпосередньо впливають на здатність опановувати математику, фізику та інші дисципліни.

Схожі тенденції фіксуються й у міжнародному математичному конкурсі «Кенгуру». За даними підсумкових звітів, у 2021-2022 роках понад 100 тисяч українських школярів взяли участь у конкурсі, однак лише незначна частка

(близько 8-10 %) успішно впоралася із завданнями просторового характеру, зокрема на уявлення геометричних перетворень, роботу з багатовимірними фігурами та пошук закономірностей у просторових структурах (Kangourou sans Frontières, 2022) [56]. Це демонструє, що навіть за умов позакласної діяльності та високої мотивації учні стикаються зі складнощами при роботі з просторовими моделями.

Згідно з дослідженням («Spatial Abilities as a Predictor to Success in the Kangaroo Contest», 2017) [80], рівень виконання задач, пов'язаних з просторовими елементами (наприклад, задачі на складання фігур із частин, на ментальне обертання кубів, на трансформацію «площинних» фігур у «об'ємні») є на 15-20% нижчим, ніж завдань на «арифметичну логіку» або алгебраїчні закономірності. На (рис.1.4) наведено нами приклади типових завдань.

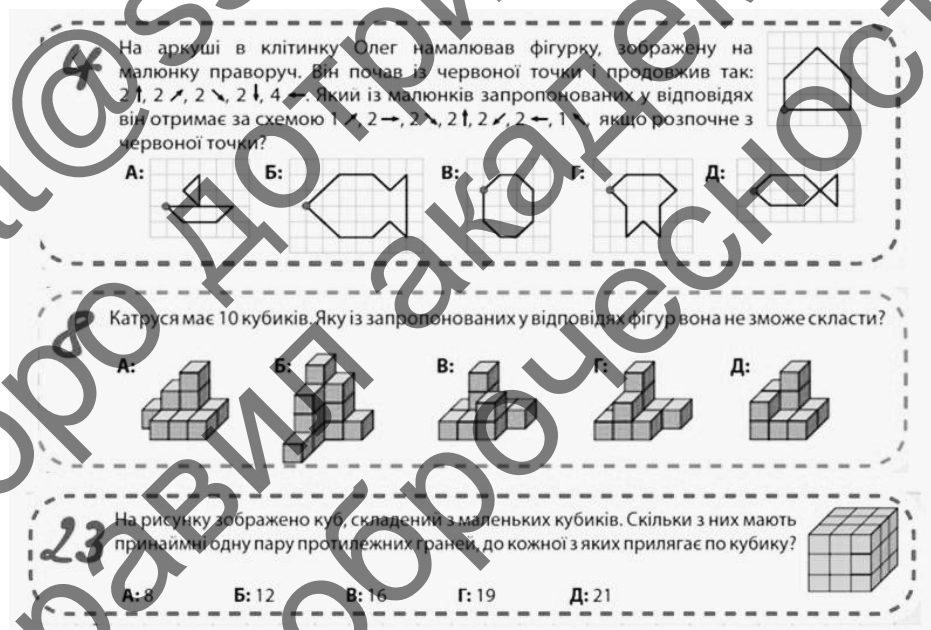


Рис.1.4 Приклади завдань, що пропонуються на конкурсі «Кенгуру»

Завдання 4. (Рис. 1.4) (Кенгуру) Учень потрібно відтворити шлях за даним кодом (послідовністю кроків і поворотів) і визначити, яка з фігур на рисунку відповідає результату.

Чому виникають труднощі:

- це завдання вимагає розвинених навичок ментального моделювання руху: учень має утримувати в пам'яті початкову точку, виконувати уявні переміщення та контролювати результат;

- багато дітей у середній школі ще не вміють ефективно поєднувати інформацію, подану символікою (цифри, умовні позначення), з просторовими уявленнями;
- за даними досліджень (Newcombe, 2017 [72]), навички послідовного відтворення просторових дій формуються лише поступово, і без спеціальних вправ значна частина учнів припускається помилок.

Завдання 8. (Рис. 1.4) (Кенгуру) Необхідно визначити, яку з тривимірних конструкцій, зображених на рисунку, неможливо скласти з 10 кубиків.

Чому виникають труднощі:

- тут потрібна здатність до ментальної візуалізації об'єму, тобто уміння уявно будувати або «розбирати» фігуру на складові частини;
- багато учнів «мислять у площині» й відчують складність, якщо необхідно уявити приховані елементи (ті, що не видно на рисунку);
- проблема також у тому, що часто недооцінюється вплив систематичного розвитку навичок роботи з тривимірними моделями — акцент робиться на «площинній геометрії», а не на «задачах у просторі».

Завдання 23. (Рис. 1.4) (Кенгуру) Учні потрібно знайти кількість малих кубиків усередині великого куба, які мають принаймні одну пару протилежних граней, до кожної з яких прилягає по кубу.

Чому виникають труднощі:

- це завдання вимагає «аналітичного» просторового мислення: потрібно не лише уявити всю конструкцію, а й виокремити певний клас кубиків за умовою;
- учні часто плутають внутрішні та зовнішні елементи, тому що не вистачає досвіду уявного «сканування» тривимірних структур;
- додаткову складність створює абстрактність формулювання — для школярів непросто співвіднести текст завдання з візуальною моделлю.

Проведений аналіз причин низької результативності виконання таких завдань дозволив виявити низку ключових проблем, які безпосередньо

пов'язані з «кризою розвитку просторового мислення» в сучасних освітніх умовах, зважаючи на попередньо опрацьовані матеріали:

- зниження сенсомоторної активності учнів;
- дисбаланс між віртуальним та реальним досвідом;
- відсутність цілеспрямованої підготовки до виконання завдань у просторі;
- обмеженість «дидактичного середовища».

Для України ці результати мають особливе значення, адже розвиток просторового мислення є критично важливим у контексті реформування системи НУШ та інтеграції STEM-освіти. Порівняння з міжнародними даними засвідчує, що українські школярі недостатньо підготовлені до виконання завдань, які вимагають просторової уяви, що в майбутньому може позначитися на їхніх професійних перспективах у сфері науки, техніки, інженерії. Відповідно, результати PISA та «Кенгуру» виступають не лише індикатором поточного стану освітніх досягнень, але й важливим маркером проблем у змісті шкільних програм та методів навчання, які потребують модернізації з урахуванням когнітивних особливостей учнів (OECD, 2020; Mullis et al., 2020) [75, 71].

На основі попередніх результатів, можемо зазначити, що однією з найважливіших проблем є зниження фізичної взаємодії з предметним середовищем. Дослідження D. Uttal (2013) [87] свідчать про тісний зв'язок між активною предметною діяльністю (наприклад, складанням конструкцій або пазлів) та розвитком ментальної ротації — ключового компонента просторового мислення. Такі дії сприяють не лише формуванню образів, а й навчають змінювати кут зору та трансформувати предмет в уяві. Натомість діти, які здобувають знання переважно через перегляд зображень на екрані або взаємодію з віртуальними моделями, демонструють нижчий рівень розвитку просторової уяви та просторової орієнтації.

Отже, надмірне перенесення навчального процесу у цифрове середовище також має свої ризики. Як зазначають Tricot і Sweller (2014) [85], цифрові

технології хоча й забезпечують візуальне унаочнення матеріалу, однак часто позбавляють учня необхідного сенсомоторного досвіду. У дітей, які працюють виключно з віртуальними об'єктами, відзначаються труднощі у сприйнятті реальних просторових властивостей предметів, таких як об'єм, симетрія, пропорції. Це особливо критично в контексті вивчення геометрії, креслення, моделювання та інших навчальних дисциплін, де важливо не лише побачити об'єкт, а й відчутти його «матеріальність» через фізичну взаємодію.

Крім того, значне зменшення часу, який діти проводять у грі з предметами та зовні будинку, теж негативно впливає на розвиток просторової орієнтації. Результати дослідження Ooms (2019) [76] демонструють, що діти, які активно граються на вулиці, краще орієнтуються в навколишньому середовищі, краще опановують навички навігації, а також швидше й точніше інтерпретують просторові схеми, плани та карти. Таким чином, зміна характеру дозвілля - від рухливих ігор до пасивного перегляду контенту - позбавляє дітей важливого середовища формування просторових навичок.

Ще один аспект, який ускладнює розвиток просторового мислення, стосується змін у підходах до навчання. У багатьох сучасних школах спостерігається тенденція до зменшення використання маніпулятивного матеріалу, особливо на етапі початкової освіти, що суперечить результатам досліджень Міх і Ченг (2012) [67], які вказують на важливість маніпуляцій із реальними об'єктами для формування просторових уявлень. Фізичні моделі допомагають учням краще зрозуміти структуру просторових об'єктів, особливо на ранніх етапах навчання, коли абстрактне мислення ще недостатньо розвинене.

Підсумовуючи, можна стверджувати, що проблеми розвитку просторового мислення в сучасних умовах зумовлені не лише зовнішніми змінами освітнього середовища, а й більш глибокими трансформаціями у когнітивному розвитку сучасних дітей. Недостатня сенсомоторна активність, переважання цифрових джерел інформації та відсутність системної інтеграції інновацій у навчальний процес створюють ризики для повноцінного

формування просторових здібностей. У зв'язку з цим важливим завданням педагогіки є пошук оптимального балансу між традиційними та цифровими формами навчання, а також створення навчального середовища, яке стимулює учнів до активної взаємодії з простором у всіх його вимірах.

Висновки до першого розділу

Поняття «просторове мислення» різні вчені трактують по-різному, але всі вони вважають, що це одна з ключових розумових здібностей людини, яка допомагає працювати з образами, уявляти об'єкти, змінювати їх у свідомості, орієнтуватися у тривимірному світі. Просторове мислення пов'язане як з логіко-математичним розвитком, так і з образною уявою, тобто поєднує аналітичне та візуальне.

На основі аналізу наукових джерел встановлено, що на різних етапах розвитку дитина використовує різні способи мислення: від маніпуляцій реальними предметами — до свідомої роботи з абстрактними моделями. Просторове мислення формується поступово, за умови правильно організованого навчання й достатнього практичного досвіду.

Просторове мислення є необхідним не лише у вивченні математики, але й для опанування професією, й у повсякденному житті. Вони впливають на успішність у STEM-галузях, архітектурі, медицині, дизайні, спорті тощо. Дослідження підтверджують: учні, які мають розвинену просторову уяву, легше опановують технічні та природничі дисципліни, швидше знаходять рішення нестандартних завдань і краще розуміють складні моделі та схеми.

Разом із тим виявлено низку проблем: сучасні школярі рідше працюють із реальними об'єктами, більше часу проводять у цифровому середовищі, а шкільні програми недостатньо орієнтовані на системний розвиток просторового мислення. Аналіз результатів міжнародних досліджень (PISA, «Кенгуру») свідчить: саме завдання на застосування просторового мислення викликають у дітей найбільші труднощі. Це свідчить про потребу оновлення підходів до навчання, що б сприяло розвитку просторового мислення.

РОЗДІЛ 2

ФОРМУВАННЯ ТА РОЗВИТОК ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ ШКОЛЯРІВ В УМОВАХ ЗМІШАНОГО НАВЧАННЯ

2.1 Дошкільний та молодший шкільний вік як сензитивні періоди розвитку просторового мислення

Дошкільний і молодший шкільний вік є ключовими сензитивними періодами у формуванні просторового мислення дитини. У цей час активно розвиваються такі когнітивні здібності, як орієнтація у просторі, сприйняття форми, розміру, розташування об'єктів і взаємозв'язки між ними. Просторове мислення має фундаментальне значення для подальшого успішного опанування математики, читання, письма, а також навичок STEM (наука, технології, інженерія, математика). Саме у віці від 3 до 10 років діти найбільш сприйнятливі до завдань, які сприяють розвитку просторового мислення, спроможності уявно маніпулювати об'єктами, до побудови ментальних карт і уявних образів.

Представимо у таблиці 2.1 підходи до початку цілеспрямованого формування просторового мислення дітей у цей період.

Таблиця 2.1

Порівняння підходів до навчання математики дітей дошкільного та молодшого шкільного віку у різних країнах

Аспект	Україна	США	Німеччина
Вік початку формального навчання	6-7 років (1 клас)	5-6 років (Kindergarten / Grade 1)	6 років (Grundschule)
Просторові концепти у програмі	Початкове знайомство з геометричними фігурами, орієнтація на площині, координатна сітка у 2-му класі	Від початкової школи - поняття форми, розміщення, симетрії (Common Core: Geometry strand з Kindergarten)	З перших класів акцент на просторові відношення, поняття об'єму, периметру, площі; інтеграція практичних задач

Підходи до навчання	Традиційно через задачі, малюнки, вправи на папері	Активне використання маніпулятивів (blocks, tangrams), ігор, цифрових інструментів	Поєднання практичної діяльності (робота з об'єктами), проєктне навчання, просторові задачі з життя
Пріоритети програми	Орієнтація на формування «класичних» математичних знань (арифметика, геометрія)	Акцент на розвиток критичного мислення, застосування знань, просторові компетенції інтегровані у STEM	Збалансованість між теорією і практикою, міжпредметні зв'язки, особливий акцент на задачі з життя
Цифрові ресурси	Починають вводиться поступово (залежно від школи)	Широко використовуються освітні платформи, ігри	Використовуються як доповнення до традиційного навчання, але не домінують

Отже, порівнявши різні підходи, можемо зробити висновок, що українська система має міцну традицію формальної математичної освіти, проте традиційно все ще менше уваги приділяє практичному розвитку просторових навичок у ранньому віці порівняно із навчанням в США та Німеччині. У навчанні в США та Німеччині активно інтегрують ігрові, практичні та міждисциплінарні підходи, що сприяє природному розвитку просторового мислення. Водночас німецькі школи роблять більший акцент на застосуванні знань у реальних контекстах, ніж США.

Таблиця 2.2

Освітні навчальні програми з математики в Україні

Назва програми	Цільова аудиторія	Особливості програми	Підхід до викладання математики
НУШ [31, 32]	Учні 1-4 класів	Спрямована на всебічний розвиток дитини; інтегрований	Математика викладається через життєві ситуації;

		та компетентнісний підходи; орієнтація на формування життєвих навичок.	увага до розвитку логічного мислення, розв'язування прикладних задач, формування математичної грамотності.
«Росток» [29]	Дошкільнята та учні початкової школи, що мають математичні здібності	Поглиблене вивчення математики та природничих наук; інтегрований підхід; формування дослідницьких навичок; розвиток пізнавальної активності.	Випереджальне навчання; раннє введення понять; акцент на розвиток логічного мислення, задачі підвищеного рівня складності, формування стійкого інтересу до предмета.
«Інтелект України» [30]	Учні 1-4 класів з високим інтелектуальним потенціалом	Програма спрямована на інтенсивний інтелектуальний розвиток; насичене змістове наповнення; високий темп навчання.	Зміст програми розширений; використовуються логічні задачі, завдання підвищеного рівня складності; акцент на точність мислення, усвідомлене оперування математичними поняттями.
«На крилах успіху» [38]	Учні 1-4 класів	Індивідуальний підхід до дитини; розвиток емоційного інтелекту; підтримка мотивації до навчання; авторський зміст.	Навчання математики через ігрові та творчі методи; акцент на зону найближчого розвитку; індивідуалізація завдань відповідно до можливостей учня.

Аналіз освітніх навчальних програм показав, що в програмі НУШ (Савченко О.Я.) [31, 32] розвиток просторової уяви здійснюється через практичну діяльність: роботу з геометричними фігурами, орієнтування в

просторі, моделювання життєвих ситуацій. Акцент робиться на візуалізації понять і формуванні базових просторових уявлень.

Програма «Росток» (Пушкарьова Т.О.) [29] приділяє значну увагу систематичному розвитку просторового мислення. Використовуються завдання на побудову, моделювання та аналіз форм, що сприяє вмінню візуалізувати об'єкти й мислити абстрактно.

У програмі «Інтелект України» [30] просторове мислення розвивається через складні логічно-геометричні задачі, які стимулюють уявне оперування об'єктами та аналіз просторових зв'язків.

Програма «На крилах успіху» (Цимбалару А.Д.) [38] реалізує розвиток просторової уяви через ігрові, творчі та конструкторські методи. Учні засвоюють просторові відношення в процесі діяльності, що відповідає індивідуальному підходу до навчання.

Отже, усі програми сприяють розвитку просторової уяви, однак найвищий потенціал, на нашу думку, мають «Росток» та «Інтелект України», де просторові навички формуються цілеспрямовано та системно.

Таблиця 2.3

Аналіз підручників з математики для молодших школярів щодо спрямованості на розвиток просторової уяви

Назва програми	Приклад(и) підручників	Як розвивається просторове мислення	Типові завдання (приклади)	Особливості та відмінності
НУШ	Математика 1-4 клас [36]	Через зорові образи, геометричні фігури, орієнтування у просторі, мапи, малюнки.	Завдання на орієнтацію в просторі (ліворуч/право руч, угорі/внизу), побудова фігур за зразком, заповнення клітинок.	Орієнтація на розвиток практичних умінь, життєвих ситуацій. Просторові завдання інтегруються з мовними чи природничим и.

«Росток»	Математика [11]	Просторове мислення розвивається системно: ускладнені схеми, симетрія, розгортки, перетворення фігур, абстрактні просторові моделі.	Побудова фігур за координатами, завдання з обертання фігур, дзеркальні відображення, робота з кресленням.	Завдання вищої складності. Просторові задачі носять розвивальний характер, часто з логічним навантаженням.
«Інтелект України»	Математика 1-4 клас [6]	Просторове мислення розвивається через задачі з геометричним, логічним змістом. Часто використовується математичне моделювання.	Завдання на комбінації фігур, просторову уяву (яка фігура вийде після згортання), визначення порядку фігур у просторі.	Поєднання геометричних понять із логікою. Є завдання на порівняння об'єктів у просторі, зміни розташування.
«На крилах успіху»	Математика [34]	Просторове мислення розвивається м'яко, через ігрові методики, завдання з малювання, просторові конструкції.	Розфарбування фігур, знайди шлях у лабіринті, домалою симетрично, рухи в клітинках.	Акцент на наочність і доступність. Просторові завдання адаптовані до рівня дитини; часто з емоційним або художнім забарвленням.

Вибір підручника з математики має ґрунтуватися не лише на відповідності навчальній програмі, а й на здатності забезпечити розвиток ключових мисленнєвих операцій, зокрема просторового мислення.

Проаналізовані програми демонструють різні підходи.

Підручники НУШ реалізують інтегративний і доступний підхід до формування просторових уявлень у повсякденному контексті. Програма «Росток» пропонує послідовну систему ускладнених завдань, що сприяють розвитку високого рівня просторово-логічного мислення. «Інтелект України» поєднує просторові задачі з логічними конструкціями, спрямованими на формування стійкого інтелектуального стилю мислення. «На крилах успіху» адаптує завдання до індивідуальних можливостей учнів, використовуючи візуально-ігрові форми.

Отже, для роботи з дітьми, що мають підвищений пізнавальний інтерес та математичні здібності, доцільно, на наш погляд, обирати програми «Росток» чи «Інтелект України», тоді як НУШ та «На крилах успіху» краще підходять для базового рівня з індивідуалізацією темпу навчання.

Аналізуючи попередні результати, ми пропонуємо розробку фрагменту уроку математики, що має сприяти розвитку просторового мислення учнів початкової школи [Додаток 1].

Також нами запропоновані низку таких завдань, що можна інтегрувати в урок.

Завдання з використанням LEGO

Мета завдань:

Розвиток просторового мислення, математичних здібностей, творчих здібностей, і навичок командної роботи шляхом побудови різних тривимірних моделей із конструктора LEGO (рис. 2.2).

Очікувані результати

Учень навчиться уважно аналізувати схеми та інструкції, відтворювати моделі за зразком і створювати власні конструкції (рис. 2.3-2.5); закріпить знання геометричних фігур, просторових відношень, форм, кольору та симетрії; розвине просторове мислення, логічне мислення, уважність, спостережливість; навчиться застосовувати математичну мову та терміни під час гри та конструювання (назви фігур, орієнтація «вгорі», «зліва» тощо); покращить дрібну моторику та координацію рухів через практичну діяльність

(збір моделей); навчитися працювати індивідуально та в групі, розподіляючи завдання й оцінюючи результати; розвине творчість, ініціативність та здатність до самооцінки; отримає досвід створення простих моделей; набуде позитивного досвіду командної роботи та взаємодії з іншими.

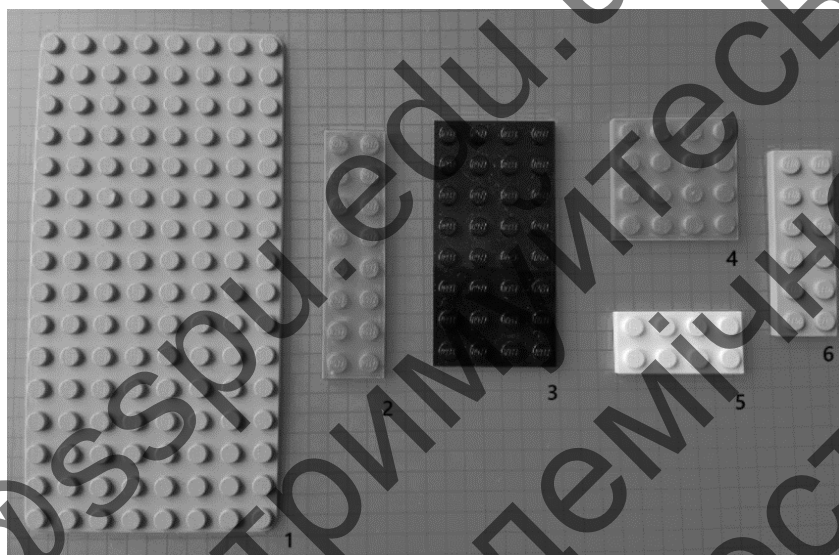


Рис. 2.2. Приклади прямокутних деталей LEGO

Завдання для учнів (всі завдання підходять для учнів будь-якого віку, вони розраховані не лише на просторові та математичні навички а й на творчу уяву):

Завдання 2.1. Побудувати задану фігуру за схемою - відтворити модель відповідно до інструкції чи зразка (рис. 2.3).

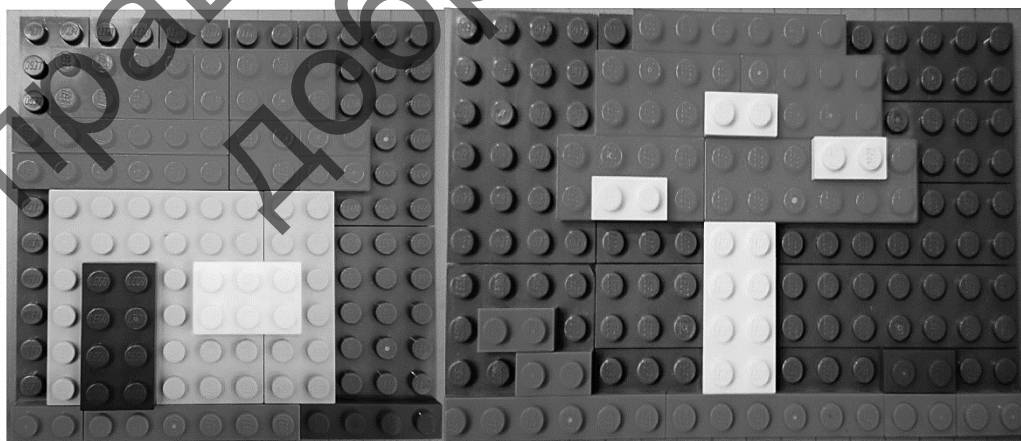


Рис. 2.3. Зразок побудови дому та грибочку

Завдання 2.2. Створити власну оригінальну 3D-модель - спроектувати і зібрати унікальну конструкцію за власним задумом (рис.2.4).



Рис. 2.4. Зразок 3D-моделі будинку

Завдання 2.3. Побудувати прямокутний паралелепіпед та обчислити його площу і об'єм (у LEGO-одиницях) (рис. 2.5).



Рис. 2.5. Зразок кубу

Завдання 2.4. У групі побудувати велику модель - спільно створити масштабний об'єкт, розподіливши завдання між учасниками.

Побудувати 3D модель

Мета завдання:

Розвиток просторового мислення учнів через побудову тривимірних геометричних фігур (куба або піраміди) та аналіз їхніх властивостей.

Очікувані результати

Учень навчиться уважно аналізувати розгортки та інструкції для складання об'ємних моделей (куб, піраміда) (рис. 2.6); закріпить знання геометричних фігур, просторових відношень; розвине просторове мислення, логічне мислення, уважність і спостережливість; навчиться застосовувати математичну термінологію та орієнтуватися у просторі («вгорі», «зліва» тощо); покращить дрібну моторику та координацію рухів через практичну діяльність (вирізання, складання, склеювання); навчиться планувати власний проект та створювати унікальні тривимірні об'єкти (іграшки, елементи декору) (рис. 2.8); розвине творчість, ініціативність, здатність до самооцінки та командної взаємодії; отримає досвід застосування математичних знань у реальному контексті через практичне конструювання.

Завдання 2.5 Побудова розгортки куба/піраміди (призначене здебільшого для початкової школи).

а) Виріжте розгортку та складіть об'ємну модель (рис. 2.6).

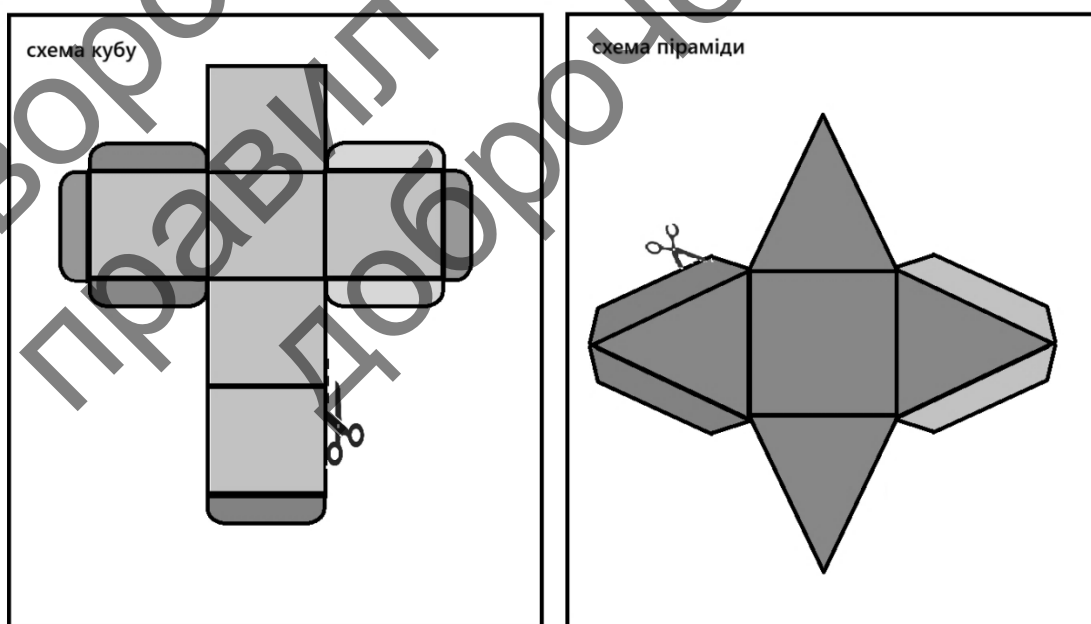


Рис.2.6 Розгортки куба та піраміди

Завдання 2.6. Створи власноруч паперову модель - це може бути не лише геометрична фігура, а й об'ємна іграшка, елемент декору або модель многогранника. Використовуй техніки складання, вирізання та склеювання для побудови тривимірного об'єкта. (рис. 2.7).

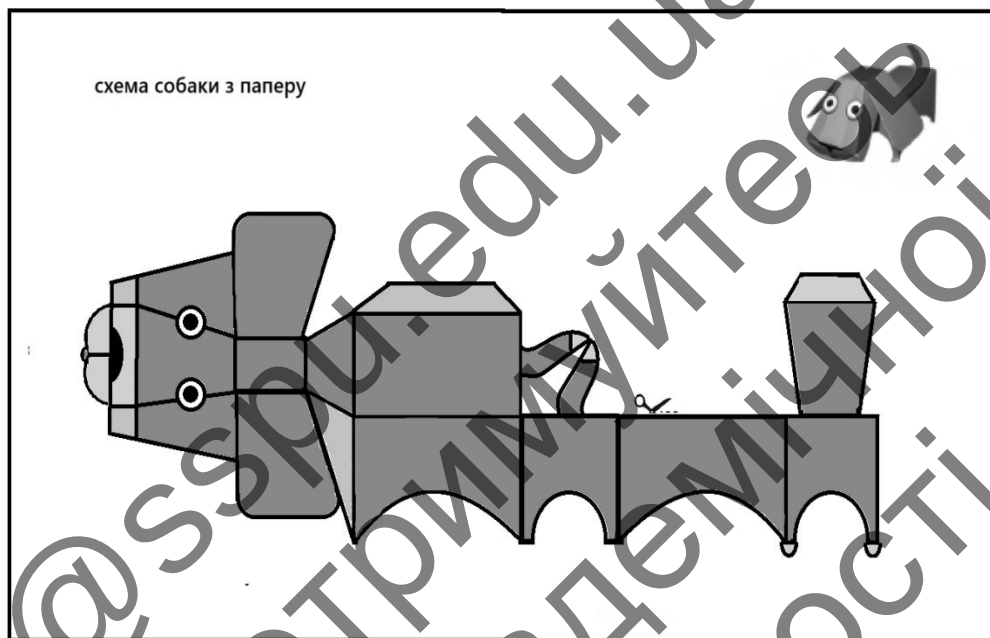


Рис. 2.7 Розгортка іграшки

Отже, дошкільний і молодший шкільний вік є критично важливими сензитивними періодами для формування просторового мислення, яке виступає основою розвитку багатьох когнітивних і навчальних компетентностей дитини. У цей період діти найбільш сприйнятливі до завдань, що передбачають орієнтацію у просторі, маніпуляції з об'єктами, сприйняття форм, розмірів і просторових відношень. Досвід наочно-практичної діяльності, зокрема через інтегровані заняття, ігрові завдання та проєктну діяльність, створює сприятливі умови для закладання основ просторових уявлень.

Систематичне використання освітніх стратегій, які поєднують математику, трудову діяльність і гру, дозволяє не лише активізувати просторове мислення, а й формувати мотивацію до навчання, розвивати соціальні навички та творчий потенціал молодших школярів. Це, у свою чергу, забезпечує успішну підготовку до подальшого навчання у галузях STEM, а також до практичної діяльності у повсякденному житті.

2.2 Особливості розвитку просторового мислення учнів основної школи

Просторове мислення є однією з ключових складових інтелектуального розвитку учнів основної школи (5–9 класи). У цьому віковому періоді відбувається перехід від наочно-образного до абстрактно-логічного мислення, що дозволяє школярам здійснювати складніші просторові операції - уявляти об'єкти в тривимірному просторі, аналізувати їх взаємне розташування, виконувати ментальні перетворення форм і фігур (вертіння, симетрію, масштабування тощо). Просторове мислення є фундаментом для подальшого опанування математичних дисциплін, природничих наук і технологій (STEM-напрямів), а також для розвитку технічної та художньо-конструкторської творчості.

З огляду на це, надзвичайно актуальним є аналіз того, як сучасні навчальні програми математики підтримують розвиток просторового мислення на рівні основної школи, як в Україні, так і в інших країнах світу.

Таблиця 2.4

Порівняння навчальних програм математики: Україна, США, Німеччина

Аспект	Україна (Типова освітня програма НУШ)	США (Common Core State Standards – CCSS)	Німеччина (Bildungsstandards, Länderprogramme)
Розділи	Геометричні фігури та вимірювання (5- 9 класи); Координати і вектори (8-9 клас)	Geometry (Grades 6-8); Expressions of Spatial Reasoning (Integrated in Algebra)	Geometrie und Raum (Klassen 5- 9); Raum und Form (Grundbildung)

Підхід до вивчення геометрії	Традиційно розділена на планіметрію і стереометрію; абстрактно-теоретичний підхід, побудова на аксіоматичній основі	Від прикладних задач до дедуктивного обґрунтування; візуалізація через цифрові засоби	Навчання геометрії базується на практичних задачах; акцент на уяву
Прийоми розвитку просторового мислення	Виконання рисунків, побудови на площині; робота з моделями тіл	Дослідження фігур через маніпулювати, динамічні геометричні програми	Практичне моделювання, конструювання, використання динамічних середовищ (наприклад, GeoGebra)
Акценти	Міжпредметні зв'язки	Розвиток просторових навичок у STEM-проєктах; віртуальні симуляції	Проектна діяльність; кроскурікульні зв'язки (математика, технологія, мистецтво)
Особливість оцінювання	Традиційні письмові завдання; тестові завдання; формувальне оцінювання	Формувальне оцінювання з акцентом на застосування понять	Портфоліо, демонстрація моделей, усне пояснення

Отже, можемо зробити такі висновки: в Україні історично зберігають акцент на теоретико-дедуктивному підході, проте використовуються міжпредметні зв'язки. У США націленість на практичне застосування просторових понять через маніпуляції та цифрові інструменти, що краще сприяє розвитку прикладних навичок. Німецька система акцентує увагу на зв'язку геометрії з реальним життям і технічним мисленням, широко використовує моделювання і проєкти, що сприяє міждисциплінарності.

Пропонуємо порівняльний аналіз підручників з математики для 5 класу щодо оцінки, наскільки ефективно вони сприяють розвитку просторової уяви учнів.

Таблиця 2.5

Аналіз підручників з математики для 5 класу

Підручник (автори, рік)	Позитивні аспекти для розвитку просторової уяви	Обмеження / недоліки
Скворцова С. О., Недялкова К. В. (2022) [35]	У підручнику широко використано схеми, рисунки та завдання на побудову й моделювання, що сприяють розвитку уявлення про форму, розмір і положення предметів у просторі.	Геометричний матеріал представлено стисло; брак завдань на маніпулювання тривимірними об'єктами.
Бевз Г. П., Бевз В. Г., Васильєва Д. В., Владімірова Н. Г. (2022) [5]	Завдання логічного характеру формують просторове мислення та вміння аналізувати особливості геометричних фігур; матеріал добре структурований і має різнорівневу систему вправ.	Недостатньо прикладів, що передбачають практичну діяльність з реальними об'єктами.
Тарасенкова Н. А., Богатирьова І. М., Коломієць О. М. та ін. (2022) [37]	Підручник містить завдання на застосування знань у реальних ситуаціях; рубрики «Проявіть компетентність» стимулюють учнів до «просторового» аналізу.	Частина завдань має алгоритмічний характер, що обмежує розвиток творчої просторової уяви.
Істер О. С. (2022) [18]	Матеріал викладено системно, із схемами та	Основний акцент зроблено на аналітичній

	рисунками; завдання орієнтовані на формування просторових уявлень і зв'язок із практикою.	діяльності, тому бракує елементів конструкторської діяльності.
--	---	--

Отже, розглянуті підручники сприяють формуванню просторового мислення через ілюстративний матеріал, схеми та завдання на побудову. Водночас для повноцінного розвитку просторової уяви учнів вчителям доцільно доповнювати навчальний процес практичними завданнями - на моделюванням, складання розгорток, проектну діяльність.

Аналізуючи попередні результати, пропонуємо фрагменти уроків, які мають сприяти розвитку просторового мислення учнів.

Розробка фрагмента уроку алгебри

Клас: 8 клас

Тема уроку: «Побудова графіка квадратичної функції та їх перетворення»

Тип уроку: Комбінований

Форма проведення: Інтерактивна лабораторія та проектна діяльність

Обґрунтування. Вивчення графіків функцій, підхід до їх перетворень, є потужним засобом розвитку просторового мислення в основній (базовій) школі, оскільки вимагає від учнів вміння уявляти переміщення, розтягування і відображення графіків на координатній площині. Методики, орієнтовані на візуалізацію, застосування цифрових інструментів, кооперативне навчання і дослідницькі завдання, суттєво підсилюють ефективність формування відповідних компетенцій (Mason, 2010; Лапінська, 2020)[68, 22].

Освітні цілі

Загальна мета: учень знає означення квадратичної функції, її основні властивості. Вміє виконувати побудову графіків функцій виду $y = a(x - h)^2 + k$; $a \neq 0$ та аналізувати перетворення графіків.

Очікувані результати

Учень навчиться будувати графіки квадратичних функцій та виконувати їх перетворення (зсуви, розтягування, відображення, симетрії), розвиваючи просторове мислення та математичну уяву. В учня розвивається уважність та здатність до візуального аналізу функціональних залежностей, виконуючи побудови на координатній площині; засвоїть поняття вершини параболи, напряду віток, осі симетрії та їх зв'язку з параметрами функції; зміцнить уміння працювати з прямокутною системою координат, масштабами та співвідношеннями між коефіцієнтами й особливостями графіка; удосконалив здатність виконувати просторові перетворення графіків - зсув, відображення, розтягування й стискання; покращить навички використання цифрових технологій (наприклад, GeoGebra) як інструменту моделювання й перевірки побудов; розвине комунікативні та командні компетентності під час спільного аналізу графіків і створення власних прикладів; поглибить розуміння взаємозв'язку між алгебраїчним виразом та його інтерпретацією у вигляді графіка функції.

Матеріально-технічне забезпечення

- картки із завданнями;
- моделі прямокутної системи координат (паперова, електронна);
- комп'ютери/планшети із встановленою програмою GeoGebra;
- презентація з візуалізаціями.

Додатки (за потреби)

- інструкція до GeoGebra, Desmos;
- картки з параметрами функцій для груп;
- бланки для групової роботи.

ХІД УРОКУ

1. Організаційний момент

Мета: Створити сприятливу атмосферу, налаштувати учнів на дослідницьку діяльність.

2. Актуалізація знань

Мета: Повторити основні властивості квадратичної функції, особливості побудови її графіка.

Вчитель демонструє слайд із графіком функції $y = x^2$ та зміненими версіями $y = (x - 3)^2$, $y = -2x^2$ (рис 2.8).

Запитання:

- Що спільного між цими графіками?
- А чим вони відрізняються?
- Що є графіком функції $y = x^2$?
- Яка точка є її вершиною?
- Як називається вісь, відносно якої графік симетричний?

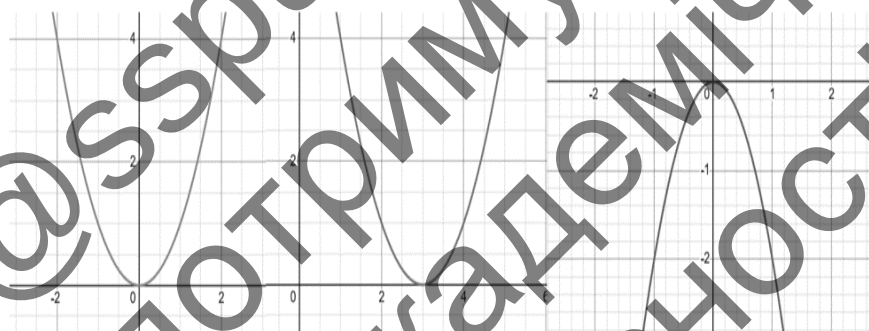


Рис 2.8 Графіки функцій $y = x^2$, $y = (x - 3)^2$, $y = -2x^2$

Методичні рекомендації. Застосувати прийом «Мозковий штурм». Заохочувати учнів описувати власні спостереження.

3. Повідомлення теми та мети уроку

Мета: Ознайомити учнів з темою та завданнями уроку.

Дія вчителя: Чітко формулює тему: «Сьогодні ми дізнаємось, як графік квадратної функції змінюється залежно від параметрів у формулі». Озвучує мету: «Навчимося будувати та перетворювати графіки, виявимо закономірності та самостійно моделюватимемо графіки у GeoGebra».

4. Вивчення нового матеріалу

Мета: Ознайомити з основними перетвореннями графіка квадратної функції.

Дія вчителя: Пояснює поняття зсуву, розтягування, симетрії. Демонструє:

$y=x^2$ - базовий графік,

$y=(x+h)^2$ - зсув уздовж осі OX (рис 2.9, рис 2.10);

$y=x^2+k$ - зсув уздовж осі OY (рис 2.11, рис 2.12);

$y=-x^2$ - «дзеркальне» відображення відносно осі OX (рис 2.13-2.14),

$y=ax^2$, де $a>1$ чи $0<a<1$ - розтягування і стискання (рис 2.15-2.16).



Рис 2.9 Графік функції, побудований в зошиті

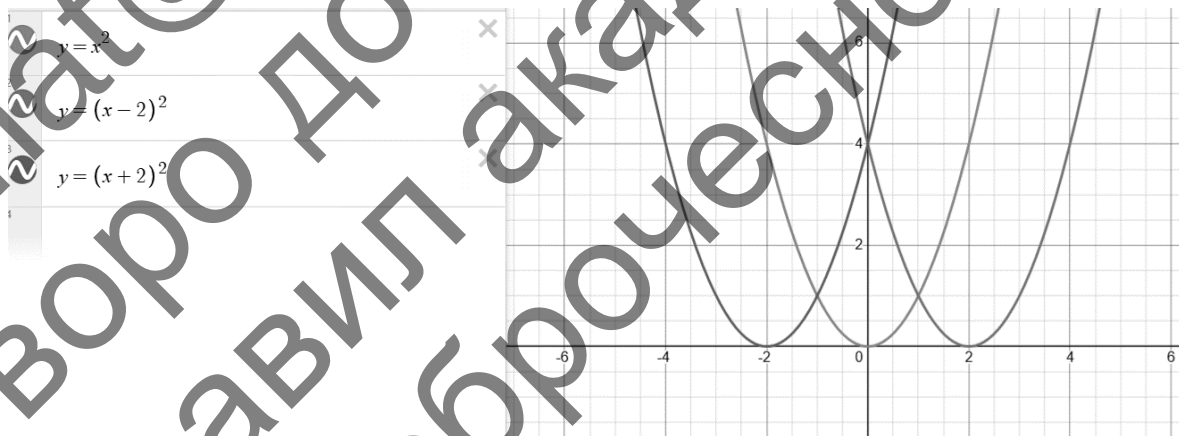


Рис 2.10 Графік функції, побудований за допомогою програми Desmos

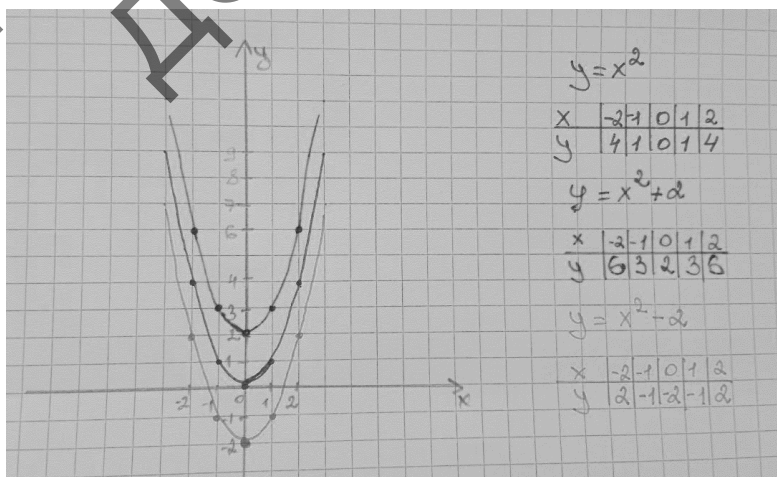


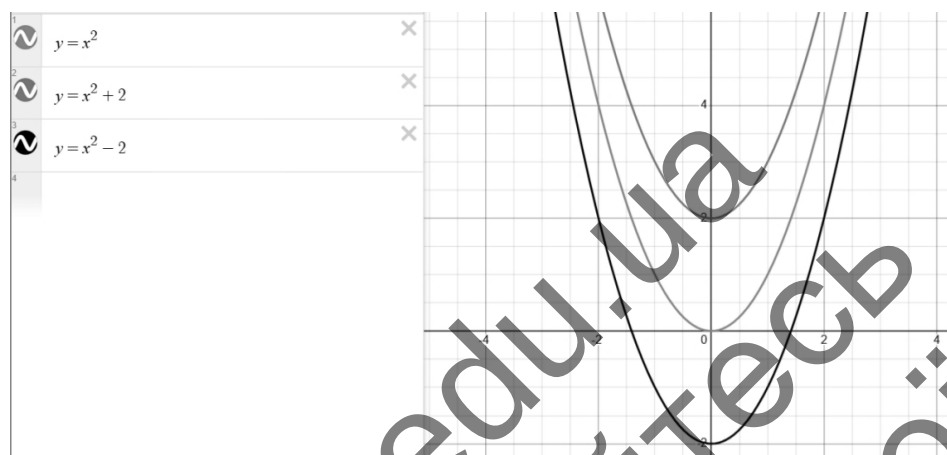
Рис 2.11 Графік функції, побудований в зошиті $y=x^2+k$ 

Рис 2.12 Графік функції, побудований за допомогою програми Desmos



Рис 2.13 Графік функції, побудований в зошиті

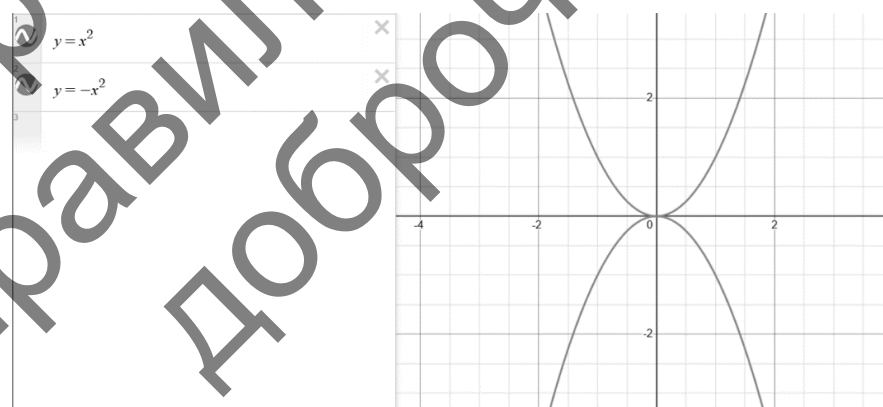


Рис 2.14 Графік функції, побудований за допомогою програми Desmos

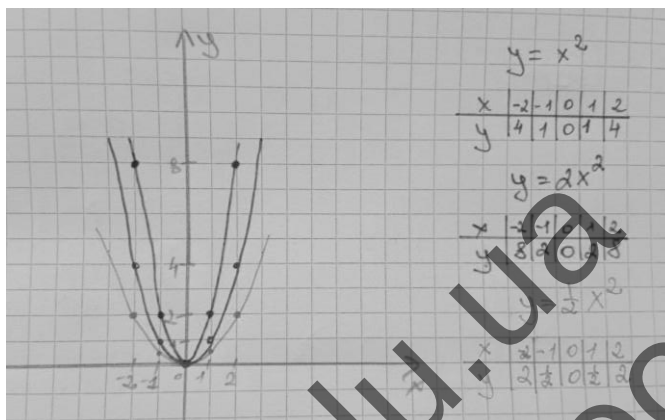


Рис 2. 15. Графік функції, побудований в зошиті

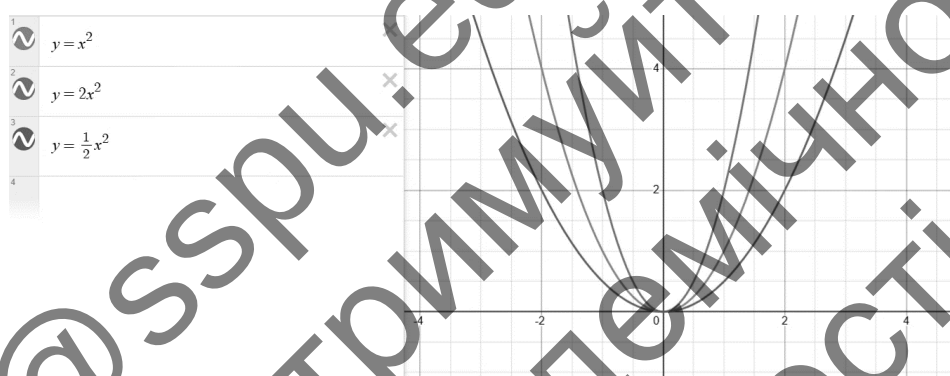


Рис 2. 16. Графік функції, побудований за допомогою програми Desmos

5. Практична частина

Мета: Закріпити навички побудови графіка квадратичної функції. Навчити учнів працювати в команді.

Вчитель об'єднує учнів у малі групи (по 3-4 особи). Роздає картки з інструкціями:

- Побудувати графік функції $y = x^2$.
- Побудувати графіки $y = (x-2)^2 + 3$, $y = -2(x+1)^2$.
- Зробити висновки: як змінився графік порівняно з базовим.

Додаткове завдання: побудувати графік функції $y = a(x-b)^2 + c$ ($a \neq 0$) у GeoGebra й описати зміни (a, b, c обрати самостійно).

Методичні рекомендації. Формат «Інтерактивної лабораторії» з елементами дослідницького методу. Сприяє розвитку просторової уяви, логічного мислення та ІК-компетентностей.

6. Презентація результатів

Мета: Узагальнити результати дослідження, розвивати навички комунікації.

Вчитель запрошує представників від груп коротко презентувати побудовані графіки: «Що змінилось у формулі - і що ви побачили на графіку?»

Методичні рекомендації. Метод «Галерея» - демонстрація результатів. Сприяє формуванню математичної мови та відбувається взаємонавчання.

7. Рефлексія та підсумок

Мета: Оцінювання рівня розуміння квадратичної функції та навичок побудови її графіків, підвести підсумки уроку.

Нами запропоновані низку таких завдань, що можна інтегрувати в урок.

Побудувати 3D модель

Мета завдання:

Розвиток просторового мислення учнів через побудову тривимірних геометричних фігур (куба або піраміди) та аналіз їхніх властивостей.

Очікувані результати

Учень: навчиться обчислювати площу окремих граней і загальну площу поверхні просторових фігур (куба, піраміди) (рис. 2.6); закріпить знання про геометричні властивості тіл, співвідношення між площею та об'ємом; розвине просторове мислення, логічне мислення та вміння проводити вимірювання. Опанує навички аналізу геометричних об'єктів — зможе порівнювати кількість граней, вершин, ребер, визначати спільні та відмінні властивості куба й піраміди; навчиться формулювати висновки та узагальнення на основі порівняльного аналізу. Використовуючи цифрові середовища GeoGebra 3D або Tinkercad (рис. 2.17), навчиться будувати й досліджувати просторові моделі у віртуальному просторі, змінювати ракурс перегляду, застосовувати ІКТ для візуалізації математичних понять; розвине просторово-геометричну компетентність, уміння працювати з технологічними інструментами, комунікативні навички та здатність до самостійного пізнання.

Завдання 2.7. Обчислення площі поверхні як варіант ускладнення попереднього завдання для учнів середньої ланки (рис. 2.6). Обчисліть площу кожної грані куба або піраміди. Знайдіть повну площу поверхні.

Завдання 2.8. Аналіз властивостей фігур (дане завдання підходить для учнів будь якого віку, адже вміння аналізувати є важливим аспектом при розв'язуванні задач з математики).

- 1) Порівняйте кількість граней, вершин і ребер у куба та піраміди.
- 1) Якими фігурами є грані цих фігур?

Завдання 2.9. Побудуйте куб або піраміду у програмі GeoGebra 3D або Tinkercad (рис. 2.17). Проаналізуйте зображення.



Рис. 2.17 Куб та піраміда

Отже, розвиток просторового мислення учнів основної школи є важливою складовою навчання математики. У цьому віковому періоді (11-15 років) відбувається перехід від наочно-дійового до абстрактно-логічного мислення.

Ефективне формування просторового мислення забезпечується завдяки цілеспрямованому використанню візуалізацій, цифрових технологій, інтерактивних, дослідницьких методів навчання. Це сприяє розвитку когнітивної гнучкості, аналітичних здібностей, творчого потенціалу учнів, що є запорукою їхньої успішності як у математиці, так і в інших галузях знань.

2.3 Розвиток просторового мислення старшокласників

Розвиток просторового мислення старшокласників є важливою складовою сучасної математичної освіти, оскільки саме на цьому етапі формується здатність оперувати абстрактними просторовими образами, аналізувати складні геометричні структури, а також застосовувати ці вміння на практиці у міждисциплінарних задачах. Старший шкільний вік (15–17 років) характеризується інтенсивним розвитком абстрактного, аналітичного та критичного мислення, що створює сприятливі умови для формування просторової уяви на високому рівні узагальнення. Уміння працювати з просторовими об'єктами є важливим не лише для успішного засвоєння геометрії, а й для підготовки до майбутньої професійної діяльності.

Таблиця 2.6

Порівняльний аналіз підходів (старша школа)

Аспект	Україна (НУШ / чинна програма)	США (Common Core State Standards)	Німеччина (Bildungsstandards, Länderprogramme)
Структура курсу	Поділ на два предмети: <i>алгебра і початки аналізу</i> та <i>геометрія</i> (10-11 класи) або <i>математика (інтегрований курс)</i> .	Викладання у двох форматах: <i>інтегрована математика (Integrated Math 1-3)</i> або окремі курси (<i>Algebra, Geometry, Precalculus</i>). Побудова курсу спіральна, із поступовим ускладненням понять.	Диференційований підхід: учні обирають базовий (<i>Grundkurs</i>) або профільний (<i>Leistungskurs</i>) рівень. Курси мають модульну структуру з урахуванням професійної орієнтації.
	Переважають традиційні (розв'язування задач), також використовуються	Поширені інтерактивні та проєктні методи; значна увага до STEM-інтеграції,	Акцент на самостійному «відкритті знань», застосуванні цифрових засобів і

Підходи	GeoGebra, Desmos, цифрові тренажери. Використовуються елементи дослідницького навчання.	математичного моделювання, роботи з даними. Цифрові інструменти (Desmos, GeoGebra, Khan Academy) є обов'язковим елементом навчального процесу.	математичного моделювання. У старшій школі широко використовуються міжпредметні проекти, технічне креслення, статистичне моделювання.
Підхід до розвитку просторового мислення	Теоретико-практичний: увага виконанню побудов, доведень.	Практико-орієнтований: значна роль візуалізації, використання 3D-моделей, цифрових симуляцій, інтеграції геометрії з фізикою й технікою.	Прикладний і дослідницький: просторове мислення формується через технічне моделювання, креслення, фізичні експерименти, роботу з CAD-програмами.
Оцінювання навчальних досягнень	Комбінується поточне, тематичне, семестрове оцінювання, а також підсумкові контрольні роботи, ДПА, НМТ. Формувальне оцінювання.	Система гнучка: поєднання формувального оцінювання, портфоліо, групових проєктів і стандартизованих тестів (SAT, ACT).	Змішане оцінювання: письмові й усні іспити, захист проєктів, формувальне оцінювання у процесі навчання. У профільних курсах враховується якість аргументації, моделювання.

В Україні навчання математики у старшій школі в основному зберігає традиційний «задачний» підхід, тоді як у США та Німеччині переважає інтегрований, практико-орієнтований підхід із широким застосуванням цифрових технологій. В усіх системах простежується тенденція до посилення

ролі моделювання, увага розвитку просторової уяви, формуванню універсальних компетентностей.

Нами також представлено порівняльний аналіз підручників з математики для 10 класу, щодо їх спрямованості на розвиток просторової уяви учнів.

Таблиця 2.7

Аналіз підручників з «Алгебра і початки аналізу» для 10 класу щодо спрямованості на розвиток просторової уяви

Підручник	Як сприяє розвитку просторового мислення	Особливості подання матеріалу
Алгебра і початки аналізу, 10 клас - А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір (2018) [22]	Є завдання на побудову та перетворення графіків, порівняння змін при варіюванні параметрів. Усних вправ мало.	Основний акцент — графічне моделювання та аналітичні описання. Просторові вміння формуються опосередковано через роботу з графіками. Цифрові інструменти не використовуються, тому учень працює тільки з паперовими схемами.
Алгебра і початки аналізу, 10 клас - Є. П. Нелін (2018) [26]	Є вправи на уявне перетворення графіків, симетрії, відображення, але усних завдань небагато. Завдань для роботи з GeoGebra чи подібними програмами не передбачено.	Переважає аналітичний підхід: зміна параметрів, дослідження форми графіків.
Алгебра і початки аналізу, 10 клас - Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова (2018) [3]	Є завдання на побудову та перетворення графіків, порівняння змін при варіюванні параметрів. Усних просторових вправ мало.	Поєднання графічного та аналітичного підходів. Просторові завдання з'являються за рахунок роботи з 3D-поверхнями, але не супроводжуються сучасними інструментами візуалізації, що знижує ефективність.
Алгебра і початки аналізу, 10 клас - О. С. Істер, О. В. Єргіна (2018) [17]	Містить вправи на моделювання графіків, їх трансформації. Усних завдань	Методика побудована на поступовому ускладненні графічних моделей. Просторове мислення

	небагато. Завдання із використанням програм не передбачені.	формується за рахунок серійних перетворень графіка.
--	---	---

Аналіз підручників показав, що всі розглянуті видання певною мірою сприяють розвитку просторового мислення учнів, однак роблять це переважно через традиційні графічні побудови та аналітичні перетворення графіків функцій. У більшості підручників простежується недостатня кількість усних вправ, спрямованих на уявні просторові операції, а також відсутність завдань, в яких використовуються цифрові інструменти (що суттєво б посилювало візуалізацію та динамічне моделювання графіків).

Практико-орієнтовані задачі представлені обмежено й не формують цілісного уявлення про застосування просторового мислення в повсякденних умовах. Водночас підручники містять базовий набір графічних завдань (побудова, трансформація, порівняння графіків), який забезпечує мінімально необхідний рівень розвитку просторового мислення.

Отже, проаналізовані підручники виконують функцію формування просторового мислення, проте здебільшого залишаються у межах класичної паперової візуалізації, що вимагає подальшого доповнення їх змісту цифровими інструментами, усними та практичними завданнями, які забезпечили б більш повний розвиток просторової компетентності старшокласників.

Таблиця 2.8

**Аналіз підручників геометрії для 10 класу щодо спрямування на
розвиток просторової уяви**

Підручник	Як сприяє розвитку просторового мислення	Особливості подання матеріалу
------------------	---	--------------------------------------

Геометрія, 10 клас (академічний/профільний рівень) - М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, О. М. Коломієць [7]	Є завдання на побудову перерізів, уявні обертання, просторові відношення. Наявні усні вправи. Завдань із використанням програм немає.	Традиційні креслення й побудови. Відсутні завдання на використання цифрових інструментів.
Геометрія, 10 клас (рівень стандарту) - А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір (2021) [23]	Містить завдання на побудову фігур, перерізів, уявні просторові операції. Усні вправи зустрічаються, але обмежено. Завдання з цифровими програмами відсутні. Практико-орієнтовані задачі подано мало.	Підручник характеризується високим ступенем унаочнення, покроковими алгоритмами.
Геометрія, 10 клас (рівень стандарту) - Г. П. Бевз, В. Г. Бевз [3]	Є завдання типу «уяви», «намалюй», «побудуй», що розвивають просторову уяву. Усні вправи є.	Методика орієнтована на активне уявне конструювання. Проте немає цифрової підтримки
Геометрія, 10 клас (профільний рівень) - О.С. Істер [16]	Є задачі на використання координатного і векторного методів у просторі, на перетворення та уявні операції. Усних вправ небагато. Практико-орієнтовані задачі зустрічаються мало.	Поєднання візуалізації з аналітичним підходом. Проте немає цифрової підтримки.
Геометрія, 10 клас (профільний рівень) – Є. П. Нелін, О. Є. Лисенко (2018) [25]	Є просторові задачі на використання координатного і векторного методів у просторі, на перетворення та уявні операції. Усних вправ небагато.	Мало візуалізації.

Аналіз підручників показав, що всі розглянуті видання містять завдання, спрямовані на розвиток просторового мислення, проте їх зміст реалізує цю мету переважно через традиційні графічні побудови, уявні перетворення та аналітичний опис просторових об'єктів. Незважаючи на наявність окремих усних вправ та завдань на уявлення фігур у просторі, більшість підручників не використовують можливості цифрових програм, динамічних моделей та практичного моделювання (нитки, папір тощо, 3D-об'єкти).

Практико-орієнтовані задачі представлені фрагментарно. Це звужує спектр діяльності учнів і переносить розвиток просторової уяви переважно у площину абстрактного мислення. Отже, підручники забезпечують базову підтримку розвитку просторового мислення, однак потребують доповнення сучасними засобами візуалізації й практичними методами моделювання, які дозволили б учням повніше досягти властивості просторових об'єктів.

Пропонуємо розробку уроку з геометрії для учнів 10 класу, який має сприяти розвитку просторової уяви учнів.

Методична розробка фрагмента уроку геометрії (10 клас)

Тема уроку: *Взаємне розміщення прямих і площини у просторі. Ознака паралельності прямої і площини.*

Тип уроку: Комбінований (засвоєння нових знань та їх застосування)

Форма проведення: інтерактивне заняття з елементами дослідницької та графічно-моделювальної діяльності

Методичні рекомендації. Розгляд взаємного розміщення прямих та площин є ключовим етапом у формуванні просторового мислення старшокласників. Засвоєння поняття «паралельність» у тривимірному просторі потребує уміння учнів уявляти геометричні об'єкти, їх взаємне розміщення. Урок може бути проведений як у змішаному форматі, так і дистанційно.

Цілі

- *навчальна:* ознайомити учнів з основними випадками взаємного розміщення прямої та площини у просторі, навчити застосовувати ознаку

паралельності прямої і площини для розв'язування задач; навчити обґрунтовувати математичні твердження;

- *розвиваюча*: розвивати просторове мислення учнів, їх логічне мислення;
- *виховна*: виховувати уважність, спостережливість, акуратність; сформувати в учнів усвідомлення практичного значення математики у реальному житті.

Очікувані результати

Учень: навчиться розпізнавати випадки взаємного розміщення прямої і площини у просторі (належить, перетинає, паралельна); знатиме формулювання ознаки паралельності прямої і площини, буде вміти застосовувати її для розв'язування задач; навчиться виконувати зображення просторових фігур на площині, будувати допоміжні лінії та площини. Відбувається розвиток просторової уяви, уміння уявляти просторові конфігурації й аналізувати їх з різних ракурсів. Учні набудуть досвіду командної взаємодії під час обговорення; підвищується мотивація до вивчення геометрії через усвідомлення її практичного значення.

Матеріально-технічне забезпечення

- Підручник: *Геометрія (профільний рівень)* / Істер О. С., Єргіна О. В. — Київ: Генеза, 2018.
- Презентація до уроку (візуалізація взаємного розміщення об'єктів).
- Демонстраційні інструменти (лінійки, кольорова крейда), набір креслярських інструментів.
- Мультимедійна дошка / інтерактивний ресурс (GeoGebra 3D, Desmos 3D).

Додатки (за потреби)

- Інструкція до роботи у GeoGebra 3D (створення площини та прямої, побудова паралелі).
- Картки із графічними ілюстраціями різних випадків розміщення прямої і площини.
- Таблиця для заповнення під час практичної частини («Випадок розміщення – рисунок – означення / ознака – приклад задачі»).

ХІД УРОКУ

1. Організаційний момент

Привітання з класом, перевірка готовності учнів до уроку, перевірка домашнього завдання. Короткий вступ з поясненням, чому знання про взаємне розміщення прямої і площини важливе для геометрії і реального життя (мотивація - відеовізитівка).

Слова вчителя: Сьогодні ми з вами будемо поглиблювати наші знання про розміщення прямої і площини у просторі, та розглянемо ознаки їх паралельності. Тема уроку (додаток 2, слайд 1) «Взаємне розміщення прямої і площини у просторі. Ознака паралельності прямої і площини».

Мотивація. Знання про взаємне розміщення прямої і площини відіграє важливу роль у геометрії, адже воно є фундаментом для розуміння багатьох інших понять. У просторі існують різноманітні комбінації взаємного розміщення прямих і площин, й для успішного розв'язування геометричних задач необхідно чітко їх розуміти.

Ці знання також мають практичне застосування в реальному житті (додаток 2, слайд 2). Наприклад, в архітектурі, інженерії та будівництві вони допомагають проектувати будівлі, мости та інші конструкції, де правильне взаємне розміщення різних елементів є важливим для безпеки. У технічних кресленнях, дизайні меблів або при плануванні доріг використовується розуміння того, як об'єкти «взаємодіють» у просторі.

2. Актуалізація опорних знань

А зараз згадаємо те, що нам знадобиться на уроці. Запитання (додаток 2, слайд 3). Яке можливе взаємне розміщення прямих та площин у просторі? Як це визначити?

Якщо дві прямі мають спільну точку, то говорять що вони перетинаються. Такі прямі лежать в одній площині.

Якщо дві прямі лежать в одній площині та не перетинаються, то говорять, що вони паралельні.

Якщо дві прямі не мають спільних точок та не існує такої площини, якій обидві належать, то ці прямі називають мимобіжними.

3. Вивчення нового матеріалу

Розгляньте слайд (рис. 2.18, слайд 4). Прокоментуйте його.



Рис.2.18 Взаємне розміщення прямої та площини

1. Взаємне розміщення прямої і площини у просторі:

Пряма може: перетинати площину в одній точці або бути паралельною площині (не мати спільних точок з площиною); належати площині (кожна точка прямої належить площині).

Ознайомимось з ознакою паралельності прямої та площини.

2. Ознака паралельності прямої і площини:

Ознака паралельності
прямої і площини:

Теорема: «Ознака паралельності прямої і площини».
Якщо пряма, що не лежить у даній площині,
паралельна деякій прямій з цієї площини, то ця пряма
паралельна даній площині.

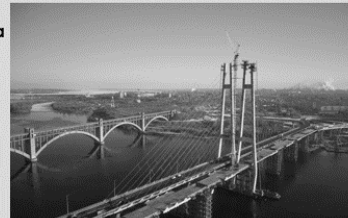
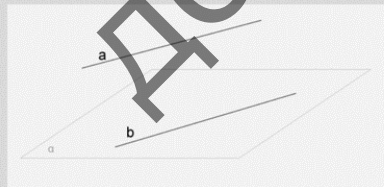


Рис.2.19 Ознака паралельності прямої і площини

Теорема «Ознака паралельності прямої і площини». Якщо пряма, що не лежить у даній площині, паралельна деякій прямій, що належить цій площині, то дана пряма паралельна даній площині (рис. 2.19 слайд 5).

Формулювання. Нехай l — пряма, що не лежить у площині α . Якщо $l \parallel m$ для деякої прямої m ($m \subset \alpha$), то $l \parallel \alpha$.

Додаткове пояснення: $l \parallel \alpha$ означає, що пряма не має з площиною спільних точок. У площині через довільну точку проходить **єдина** пряма, паралельна даній прямій.

Доведення (від супротивного)

1. Маємо: $m \subset \alpha$ і $l \parallel m$, причому l не належить α .
2. Припустімо протилежне: l не паралельна α . Тоді l перетинає α в деякій точці A : де $l \cap \alpha = A$.
3. Розглянемо у площині α пряму, що проходить через A і паралельна прямій m . Згідно з аксіомою паралельності, у площині α через точку A можна провести лише одну пряму, паралельну m ; позначимо її m_A . Тобто $m_A \subset \alpha$ і $m_A \parallel m$ (рис.2.20).
4. Але пряма l також проходить через A і паралельна m . Через точку A можна провести єдину пряму, що паралельна m . Отже, ці прямі збігаються.
5. Звідси випливає $l \subset \alpha$, що суперечить умові: l не належить α .
6. Отримали протиріччя. Тому припущення, що пряма і площина перетинаються, хибне. Тобто $l \parallel \alpha$.

Теорему доведено.

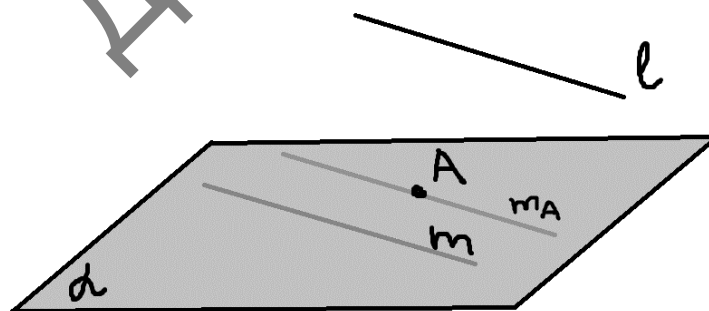


Рис. 2.20

Теорема (обернена). «Ознака паралельності прямої і площини». Якщо пряма, паралельна даній площині, то в цій площині знайдеться пряма, яка буде паралельна данній прямій.

Розглянувши ці теореми, сформулюємо наслідок.

Наслідок. Якщо пряма паралельна площині, то через будь-яку точку цієї площини можна провести пряму, яка буде паралельна даній, і до того ж єдину.

Примітка: використовуйте графічну ілюстрацію.

На дошці або на презентації демонструємо випадки взаємного розміщення прямої і площини. Використовуються моделі (підручні матеріали).

4. Закріплення нового матеріалу

Завдання.

1. Пряма a паралельна площині α . Скільки прямих, паралельних прямій a , можна побудувати в цій площині?

- А) тільки одну;
- Б) тільки дві;
- В) безліч;
- Г) неможливо визначити.

Прокоментувати рис. 2.21. Чи є недоліки?

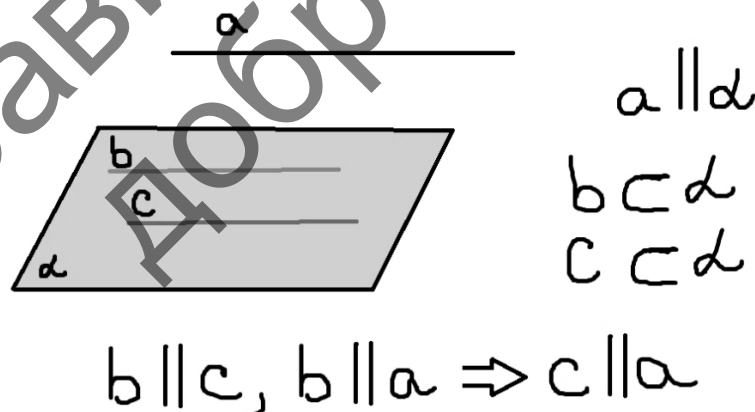


Рис. 2.21

2. Пряма a паралельна площині α . У площині α лежить пряма b така, що a і b мимобіжні. Чи це єдина така пряма на площині α ?

А) одна;

Б) дві;

В) безліч;

Г) неможливо визначити.

Прокоментувати рис. 2.22. Чи є недоліки?

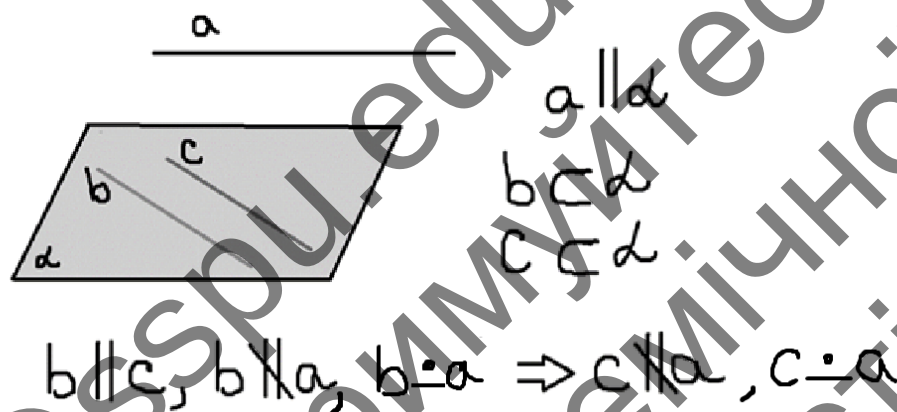


Рис. 2.22

3. Дано пряму a . Скільки існує площин, що паралельні прямій a (рис.2.23)?

А) одна;

Б) дві;

В) безліч;

Г) неможливо визначити.

Прокоментувати рис. 2.23

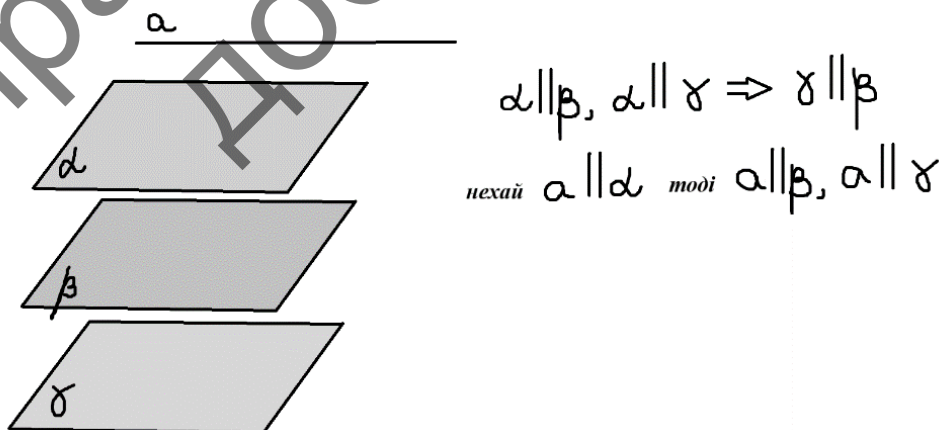
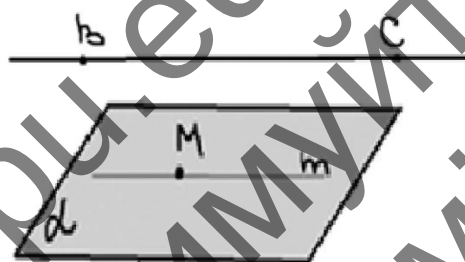


Рис. 2.23

4. Точка M не належить прямій BC . Скільки площин, паралельних прямій BC , і таких, що проходять через точку M , існує?

- А) тільки одна;
- Б) тільки дві;
- В) безліч;
- Г) неможливо визначити.

Прокоментувати рис. 2.24. Чи є недоліки?



$M \in m, m \subset \alpha$
 $BC \not\subset \alpha, BC \parallel \alpha \Rightarrow BCM$ визначають єдину площину

Рис. 2.24

5. Підсумки уроку

6. Домашнє завдання

Додаткові рекомендації:

- Наведіть приклади з реального життя для кращого розуміння учнями теми.
- Під час пояснення важливо підтримувати активність учнів через запитання і завдання на логічне мислення.

Рекомендації щодо проведення уроку в умовах змішаного навчання (онлайн-формат). У разі проведення цього уроку в дистанційному або змішаному форматі доцільно передбачити адаптацію методики до особливостей онлайн-взаємодії. Основна увага має бути зосереджена на підтриманні активної участі учнів, забезпеченні унаочнення, та збереженні дослідницького характеру навчання. Ефективним є використання віртуальних інтерактивних платформ наприклад: GeoGebra 3D, Desmos 3D, ClassFlow,

Jamboard, які дозволяють учням самостійно моделювати розміщення прямої та площини, перевіряти гіпотези та спостерігати взаємне розміщення об'єктів у просторі.

Важливою умовою результативності онлайн-уроку є чітка структурованість завдань і забезпечення безперервного зворотного зв'язку. Нами рекомендується поділ заняття на короткі тематичні блоки (до 10 хвилин кожен), після яких проводиться інтерактивне опитування або міні-тест у форматі Mentimeter, Quizizz чи Google Forms. Такий підхід не лише підтримує увагу учнів, а й дозволяє оперативно оцінити рівень засвоєння матеріалу.

Особливе значення у дистанційному форматі має візуальна підтримка основних означень. Тому бажано користуватися презентацією з покроковими схемами побудов, відеофрагментом, анімовані приклади побудови власноруч під час уроку, які демонструють випадки взаємного розміщення прямої і площини. Учитель має коментувати кожен крок побудови, заохочуючи учнів робити власні висновки.

Загалом, перехід уроку до онлайн-формату не знижує його дидактичної цінності, за умови правильної організації навчального середовища. Використання цифрових ресурсів має компенсувати відсутність фізичних моделей, розширює можливості для розвитку просторової уяви, критичного мислення та пізнавальної активності учнів.

2.4 Прийоми розвитку просторового мислення учнів

2.4.1. Розглядаються приклади некоректних рисунків у завданнях ЗНО та НМТ. Неоднозначність зображень

Завдання: На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 2]$. Укажіть точку перетину графіка функції $y = f(x) - 2$ з віссю y (рис. 2.25).

Проблема: Рисунок графіка подано без чітких позначень осей і масштабів, що ускладнює визначення точок перетину та інтерпретацію графіка. Це може призвести до неправильного розв'язання задачі.

Порада: Доцільніше позначити лише одиничний відрізок, щоб учень самостійно міг швидше визначити знаходження точки. Адже на уроках ми наголошуємо на правильності побудови та масштабуванні.

На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 2]$. Укажіть точку перетину графіка функції $y = f(x) - 2$ з віссю y .

А	Б	В	Г	Д
$(0; 2)$	$(0; 6)$	$(0; 0)$	$(-4; 0)$	$(2; 0)$

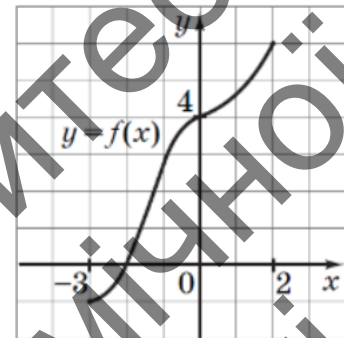


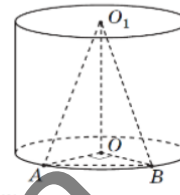
Рис.2.25 Приклад завдання з ЗНО

Завдання: У циліндрі з центрами O і O_1 проведено хорди AB в нижній основі. $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle BOO_1 = 60^\circ$. Площа основи циліндра дорівнює 9π . Установіть відповіді між величинами (1-4) та її значенням (А-Д) (рис. 2.26).

Проблема: Пряма AB знаходиться надто близько до краю нижньої основи, її зображення зливається з краєм. В рисунку одночасно показані елементи двох площин: Площина нижньої основи (коло з центром O , хорда AB , трикутник AOB). Вертикальна площина (вісь циліндра, точка O_1 , ребра піраміди). Але відсутнє чітке розділення або акцентування на тому, що належить кожній площині, тому учень може заплутатися в тому, в якій площині лежать певні елементи.

Порада: При зображенні 3D об'єктів необхідно виділяти ті частини що є важливими.

У циліндрі з центрами основ O і O_1 проведено хорду AB в нижній основі (див. рисунок). $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle OBO_1 = 60^\circ$. Площа основи циліндра дорівнює 9л. Установіть відповідність між величиною (1–4) та її значенням (А–Д).



Величина	Значення величини
1 радіус основи циліндра	А $\frac{9\sqrt{3}}{2}$
2 довжина хорди AB	Б 3
3 висота циліндра	В $9\sqrt{3}$
4 об'єм піраміди O_1AOB	Г $3\sqrt{2}$
	Д $3\sqrt{3}$

Рис. 2.26 Приклад завдання з ЗНО

Методичні поради. Некоректні або неточні рисунки в завданнях ЗНО та НМТ можуть значно ускладнити учням розуміння задачі та розвиток просторового мислення. Щоб уникнути подібних проблем, рекомендується: перевіряти відповідність рисунків умовам задачі. Рисунки повинні точно відображати задані параметри та співвідношення; забезпечувати чіткість і зрозумілість зображень. Уникати накладання ліній, використовувати пунктир, чітко позначати осі та масштаб; залучати учнів до критичного аналізу рисунків. Навчати їх виявляти можливі неточності та не покладатися виключно на зображення при розв'язуванні задач; проводити апробацію завдань. Перед включенням до тестів перевіряти завдання на фокус-групах учнів для виявлення можливих непорозумінь.

Якісні рисунки в завданнях ЗНО та НМТ мають не лише ілюструвати умову, а й слугувати дієвим засобом підтримки просторового мислення. Їх некоректність або недбалість у виконанні може суттєво спотворити результати тестування і вплинути на подальші освітні траєкторії випускників. Саме тому майбутні вчителі математики повинні володіти не лише технікою створення наочностей, а й критично аналізувати вже наявні ресурси, уміти коригувати їх і навчати учнів правильній інтерпретації візуальних матеріалів.

2.4.2. Розвиток просторового мислення учнів старшої школи через застосування усних математичних вправ. Серед актуальних викликів

сучасної шкільної математичної освіти чільне місце займає проблема недостатнього рівня розвитку просторового мислення в учнів старших класів. Просторове мислення є складовою частиною когнітивного розвитку особистості, воно тісно пов'язане з умінням орієнтуватися у тривимірному середовищі, здійснювати уявні перетворення геометричних об'єктів, розуміти взаємозв'язки між формою, розміром і розташуванням предметів.

Значна кількість старшокласників демонструє труднощі при розв'язуванні задач на побудову, ментальне обертання фігур, перетворення просторових моделей у площинні зображення та навпаки. Причини цього явища слід шукати як у зміщенні фокусу освітнього процесу на абстрактно-аналітичну складову математичної діяльності, так і у зниженні обсягу практичних завдань, що спрямовані на формування візуалізаційних і конструктивних навичок.

Проте, як показують як сучасні наукові дослідження (Newcombe & Frick, 2010; Verdine et al., 2014) [73], так і емпіричний досвід шкільної практики, ефективним інструментом розвитку просторового мислення є впровадження системи усних математичних вправ, що активізують уяву, логічне та абстрактне мислення. Такі вправи дозволяють розвивати здатність учнів до ментального оперування геометричними об'єктами, підвищують гнучкість мислення та сприяють формуванню внутрішньої моделі простору.

2.4.3. Основні типи вправ, що довели свою ефективність. Уявне конструювання геометричних фігур. Наприклад: «Уявіть квадрат. Проведіть у ньому дві діагоналі. Скільки трикутників утвориться? Як зміниться фігура, якщо в центрі поставити точку та з'єднати її з вершинами?»

Ці завдання сприяють розвитку аналітичного мислення та візуалізації взаємозв'язків між елементами фігур.

Оперування тривимірними об'єктами. «Уявіть куб, на верхній грані якого розміщено стрілку. Як зміниться її положення після двох поворотів куба навколо вертикальної осі?»

Такі вправи формують навички просторового обертання й уявної маніпуляції об'єктами.

Ментальні трансформації. «Уявіть прямокутник. Якщо розрізати його по діагоналі, які фігури отримаємо? Як їх можна скласти у нову фігуру?»

Завдання активізують здатність до композиційного мислення.

Орієнтація у просторі. «Уявіть, що ви стоїте перед кубом: передня грань – червона, верхня – зелена, права – синя... Якого кольору буде грань позаду?»

Такі вправи розвивають просторову уяву та орієнтацію.

Вербальна візуалізація геометричних понять. Наприклад: «Опишіть словами рівнобедрений трикутник із кутом 90° , побудуйте його подумки, укажіть, яка з його сторін буде гіпотенузою.»

2.4.4. Методичні рекомендації до використання усних вправ.

Систематичність: Вправи мають бути частиною щоденної навчальної рутини (5-10 хвилин на початку уроку або як рефлексія наприкінці).

- Поступове ускладнення: Від простих завдань (робота з площинними фігурами) до складніших (моделювання 3D-об'єктів).

- Проговарювання мислення: Учні повинні озвучувати свої міркування, що активізує рефлексивну діяльність.

За результатами наших спостережень, учні, які регулярно виконують вправи з уявного моделювання, показують кращі результати у виконанні складних завдань на побудову, трансформацію та обертання фігур, а також краще орієнтуються у завданнях типу PISA.

Таким чином, методика усних вправ із фокусом на розвиток просторового мислення відповідає сучасним освітнім цілям, є науково обґрунтованою та практично доцільною. Її впровадження у процес навчання математики на таршому шкільному етапі дозволяє ефективно долати ключові когнітивні бар'єри та забезпечувати повноцінне формування просторової компоненти математичної компетентності.

Висновки до другого розділу

Розвиток просторового мислення потребує системності, варіативності методичних засобів і поєднання різних форм діяльності учнів.

Дошкільний і молодший шкільний вік є найбільш сензитивними періодами для закладання основ просторових уявлень, оскільки саме в цей час формується вміння сприймати просторові відношення, орієнтуватися на площині та у тривимірному середовищі. Аналіз програм НУШ, «Росток», «Інтелект України» та «На крилах успіху» показав, що найбільш цілеспрямовано просторове мислення розвивається в програмах дослідницького й розвивального спрямування, які інтегрують ігрову, практичну й інтелектуальну діяльність.

На рівні основної школи просторове мислення стає базою для переходу від наочно-образного до абстрактно-логічного мислення. Порівняння підходів в Україні, США та Німеччині показало, що вітчизняна школа зберігає акцент на теоретико-дедуктивному підході, тоді як зарубіжна практика відзначається більш широким використанням цифрових технологій, інтерактивних середовищ і проєктного навчання, що більшою мірою стимулює розвиток просторової компетентності.

У старшій школі просторове мислення розвивається на рівні теоретичного мислення.

Ефективне формування просторового мислення можливе лише за умов діяльнісного підходу, поєднання традиційних засобів навчання з цифровими технологіями, активного залучення учнів до створення власних моделей і навчальних продуктів. Змішане навчання при цьому виступає гнучким середовищем, яке дозволяє поєднати візуалізацію, комунікацію й дослідження в єдиний освітній процес.

ВИСНОВКИ

Просторове мислення є інтегрованою когнітивною здібністю, що поєднує візуально-образне, логіко-аналітичне та конструктивне мислення, забезпечує орієнтацію людини у тривимірному просторі, уявне маніпулювання об'єктами, встановлення просторових відношень і створення нових просторових моделей. Аналіз психологічних підходів (Ж. Піаже, Н. Ньюкомб, Г. Гарднер, І. Якіманська та ін.) показав, що просторове мислення має стадійний характер розвитку, формується у взаємодії сенсомоторного досвіду, практичної діяльності та мовного опосередкування.

Сучасні навчальні програми у різній мірі реалізують завдання розвитку просторового мислення, однак найбільш цілеспрямованими є програми розвивального типу, у яких передбачено системне формування просторових уявлень через практичні, ігрові та дослідницькі методи. Аналіз підручників з математики різних рівнів показав, що у їх змісті по-різному представлені завдання на розвиток просторового мислення.

Поєднання традиційних і цифрових освітніх технологій створює оптимальне середовище для візуалізації, моделювання та експериментування. Змішане навчання забезпечує індивідуалізацію темпу й траєкторії пізнання, активізує учнівську діяльність через інтерактивні платформи (GeoGebra, Desmos, 3D-конструктори, віртуальні лабораторії) і стимулює когнітивну самостійність.

Розроблено методичні рекомендації, розробки уроків і завдань, спрямовані на розвиток просторового мислення учнів різного віку. Вони базуються на діяльнісному, компетентнісному та інтегративному підходах, враховують вікові особливості учнів, можливості змішаного навчання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бачинська О.Є. Просторове мислення як психолого-педагогічна проблема. Наукові записки Рівненського державного гуманітарного університету. Серія: Психологія. 2021. №24. 92-99.
2. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Геометрія : підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти (рівень стандарту). – Київ : Освіта, 2018. – 224 с.
3. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г. Алгебра і початки аналізу : підручник для 10 класу закл. заг. сер. освіти. – Київ : Освіта, 2018. – 256 с..
4. Бевз Г. П., Ткаченко О. П. Геометрія : підручник для 10 класу закл. заг. сер. освіти (академічний рівень). – Київ : Освіта, 2011. – 240 с.
5. Бевз, Г. П., Бевз, В. Г., Васильєва, Д. В., Владімірова, Н. Г. Математика. 5 клас: підручник для класу закл. заг. сер. освіти. – К: Генеза, 2022. – 200 с.
6. Бевз, Г. П., Васильєва, Д. В. Математика: підручник для 1–4 класів закладів загальної середньої освіти / проект «Інтелект України». К.: Вид. дім «Освіта», 2021. <https://intellect-ukraine.org/programa-pochatkovoyi-shkoly/>
7. Бурда М. І., Тарасенкова Н. А., Коломієць О. М. Геометрія : підручник для 10 класу класу закл. заг. сер. освіти (академічний, профільний рівні). – К.: Зодіак-ЕКО, 2010. – 256 с.
8. Васильєва О. О. (2020). Психологічні особливості розвитку просторового мислення у молодших школярів. Психологічні науки: теорія і практика, 3(10), 44-52.
9. Гавриш, І. В. (наук. кер.). Освітня програма «Інтелект України» (проект початкової школи, 1–2 класи). URL: <https://intellect-ukraine.org/programa-pochatkovoyi-shkoly/>
10. Зайцева Л. В. Програма «Росток»: Математика. Навчальні матеріали для 1–4 класів. – Харків: Вид. група «Основа», 2019.
11. Зайцева, Л. В. Математика: підручник для 1–4 класів закладів загальної середньої освіти. У 4 ч. Харків: Ранок, 2020. URL: <https://lib.imzo.gov.ua/handle/123456789/29474>

12. Ібрагімова С. Перспективи формування просторового мислення учнів // Матер. V Всеукр. наук.-мет. інтернет-конф. студентів, аспірантів та молодих вчених «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2024» Форум молодих дослідників»» (29 листопада 2024 р., м. Суми) – Суми: [СумДПУ імені А.С.Макаренка], 2024. – С.48-49.

13. Ібрагімова С. Розвиток просторового мислення учнів в умовах змішаного навчання. Постановка проблеми. // Студентська звітна конф. Матеріали результатів наукових досліджень молодих науковців. – Суми: Вид. фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2024. – Вип. 18. – С.22

14. Інститут модернізації змісту освіти. Звіт про стан впровадження STEM-освіти в Україні. Київ: МОН України, 2023. URL: <https://imzo.gov.ua/zyity/>

15. Інститут психології імені Г. С. Костюка НАПН України. Наукові записки Інституту психології ім. Г. С. Костюка НАПН України. Київ, 2019. Вип. 51. 240 с.

16. Істер О. С. Геометрія : підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти (профільний рівень). – Київ : Генеза, 2018. – 256 с.

17. Істер О. С., Єрміна О. В. Алгебра і початки аналізу : підручник для 10 класу закл. заг. сер. освіти (профільний рівень). – К. : Генеза, 2018. – 304 с.

18. Істер, О. С. Математика. 5 клас: підручник для закладів загальної середньої освіти. – Київ: Генеза, 2022. – 192 с.

19. Концепція Нової української школи / Міністерство освіти і науки України. - 2016. - URL:

<https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf>

20. Лапінська Л. В. (2020). Формування просторових уявлень учнів засобами комп'ютерної візуалізації. Математична освіта, 4(24), 60–65.

21. Ляшенко, О. І., & Товканець, О. В. (2020). Просторові уявлення в навчанні хімії: роль візуалізації та моделей. Проблеми сучасного підручника, 24, 112-120.

22. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра і початки аналізу : підручник для 10 класу закл. заг. сер. освіти. – Х.: Гімназія, 2010. – 304 с.

23. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія : підручник для 10 класу закл. заг. сер. освіти (рівень стандарту). – Харків : Гімназія, 2021. – 208 с.

24. Морзе, Н. В., & Семеріков, С. О. (2019). Цифровізація освіти: виклики і перспективи. Інформаційні технології і засоби навчання, 72(4), 1–18.

25. Нелін Є. П. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія) : підручник для 10 класу закл. заг. сер. освіти. – Х.: Ранок, 2018. – 320 с.

26. Нелін Є. П., Лисенко О. Є. Геометрія : підручник для 10 класу закл. заг. сер. освіти (профільний рівень). – Харків : Ранок, 2018. – 240 с.

27. Онопрієнко, О. В. Педагогічні умови реалізації Державного стандарту початкової освіти в умовах Нової української школи. Київ: Інститут педагогіки НАПН України, 2020. URL: <https://visnyk.naps.gov.ua/index.php/journal/article/view/63>

28. Панасюк І. В. (2018). Настільні ігри як засіб розвитку просторових уявлень молодших школярів. Початкова школа, №9, 13-17.

29. Пушкарьова, Т. О. (авт.). Освітня програма «Росток» для 1–2 класів початкової школи (науковий супровід) <https://rostok.org.ua>.

30. Нормативна база проєкту «Інтелект-Україна». <https://intellect-ukraine.org/programa-pochatkovoyi-shkoly/>

31. Савченко, О. Я., Бібік, Н. М., Онопрієнко, О. В. та інш. Типова освітня програма для закладів загальної середньої освіти, розроблена під керівництвом О. Я. Савченко (1–2 класи). Київ: Міністерство освіти і науки України, 2022. <https://mon.gov.ua/ua/normativna-baza/prohramy-1-2-klasy>

32. Савченко, О. Я., Бібік, Н. М., Онопрієнко, О. В. та інш. Типова освітня програма для закладів загальної середньої освіти, розроблена під керівництвом О. Я. Савченко (3–4 класи). Київ: Міністерство освіти і науки України, 2022. <https://mon.gov.ua/ua/normativna-baza/prohramy-3-4-klasy>

33. Савченко, О. Я., Листопад, Н. М., Прищепа, О. Ю., Вашуленко, О. В. Математика: підручник для 1–4 кл. Київ: Освіта, 2020. <https://lib.imzo.gov.ua/handle/123456789/29472>

34. Сидоренко, В. К., Олефіренко, Т. О. Педагогічні засоби графічного навчання у технічному розвитку. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова. <https://npu.edu.ua/research/publications/>

35. Скворцова, С. О., Недялкова, К. В. Математика. 5 клас: підручник для закладів загальної середньої освіти. Київ: Освіта, 2022. — 192 с. <https://lib.imzo.gov.ua/handle/123456789/29845>

36. Скворцова, С. О., Онопрієнко, О. В. Математика: підручник для 1–4 кл. закл. загальної середньої освіти. Київ: Генеза, 2020. <https://lib.imzo.gov.ua/handle/123456789/27863>

37. Тарасенкова, Н. А., Богатирьова, І. М., Коломієць, О. М., Сердюк, З. О. Математика. 5 клас: підручник для закладів загальної середньої освіти. Київ: Оріон, 2022. — 208 с. <https://lib.imzo.gov.ua/handle/123456789/29921>

38. Цимбалару, А. Д. (наук. кер.). Освітня програма «На крилах успіху» для учнів 1–2 класів (Авторський проєкт). <https://intellect-ukraine.org/programa-na-krylah-uspihu/>

39. Чашечникова О. С. Вплив індивідуальних особливостей учнів на засвоєння навчального матеріалу з математики. Математика. — 2008. - №19(463). — С. 1-6.

40. Чашечникова О. С. Формування просторової уяви учнів старшої школи. Педагогіка і психологія. 1996. № 4. С. 98–104.

41. Чашечникова О. С., Ібрагімова С. Е. Один з аспектів формування просторового мислення учнів // Матеріали VI Всеукраїнської науково-методичної інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених

«Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2025 Форум молодих дослідників»» (28 листопада 2025 р., м. Суми) – Суми[СумДПУ імені А.С.Макаренка], 2025. – С. 48

42. Чашечникова О.С., Ібрагімова С.Е. Створення завдань на визначення рівня розвитку просторового мислення школярів // Всеукраїнська науково-практична конференція з міжнародною участю студентів, аспірантів і молодих учених «Крок у науку: дослідження у галузі природничо-математичних дисциплін та методик їх навчання» (18 листопада 2025 р., м. Чернігів). Чернігів : НУЧК імені Т.Г. Шевченка, 2025. – С.102-103

43. Чашечникова О.С. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики. Розвиток математичних здібностей: навчально-методичний посібник. – Суми: СумДПУ імені А.С.Макаренка, 2013. – 210 с.

44. Шандро, М. М. Формування просторових уявлень у дітей старшого дошкільного віку: магістерська робота. Чернівці: Чернівецький національний університет ім.Ю.Федьковича, 2022.

URL: <https://archiv.chnu.edu.ua/handle/123456789/7644>

45. Штикало Т.С. Просторове мислення як чинник розвитку творчої самостійної особистості. Педагогічний процес: теорія і практика. 2018. №2 (61). 46-51.

46. Bates, A., Uttal, D., et al. (2023). The effects of augmented reality on early spatial skills. *Education Sciences*, 13(1), 112.

47. Bednarz, R. S., & Lee, J. (2011). The components of spatial thinking: Empirical evidence. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 21, 103-107.

48. Bower, M., Howe, C., McCredie, N., Robinson, A., & Grover, D. (2017). Augmented Reality in education – cases, places and potentials. *Educational Media International*, 54(1), 1–15.

49. Clements, D. H., Battista, M. T. Geometry and spatial reasoning. // Grouws, D. A. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan 1992. — C. 420–464. URL:

<https://www.worldcat.org/title/handbook-of-research-on-mathematics-teaching-and-learning/oclc/24389392>

50. Friedrich, S., Troche, S. Spatial skills and elementary science education: Evidence from German classrooms. *European Journal of Psychology of Education*, 2021, vol. 36, pp. 587–603. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10212-020-00485-4>

51. Gardner, H. *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences*. New York: Basic Books, 1993. URL: <https://www.basicbooks.com/>

52. Goldhammer, F., Naumann, J., & Keßel, Y. (2022). Digitale Medien und Raumdenken: Eine Studie im Sekundarbereich. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 25(2), 189–208.

53. Gombrich, E. H. *The Story of Art*. — London: Phaidon Press, 1995. — 688 p.

54. Hegarty, M., Keehner, M., Khooshabeh, P., & Montello, D. R. (2007). How spatial abilities enhance learning in surgical training. *Surgery*, 142(4), 1–6.

55. Horn, M. B., Staker, H. *Blended: Using Disruptive Innovation to Improve Schools*. San Francisco: Jossey-Bass, 2015. URL: <https://www.wiley.com/en-us/Blended%3A+Using+Disruptive+Innovation+to+Improve+Schools-p-9781118955154>

56. Kangourou sans Frontières. *International Mathematical Kangaroo: Official Results and Statistics. Annual Reports*, 2022.

57. Kemp, M. *Leonardo da Vinci: The Marvellous Works of Nature and Man*. — Oxford: Oxford University Press, 2006. — 368 p.

58. Kemp, M. *Seen/Unseen: Art, Science, and Intuition from Leonardo to the Hubble Telescope*. — Oxford: Oxford University Press, 2011. — 288 p.

59. Kosslyn, S. M. *Image and Brain: The Resolution of the Imagery Debate*. Cambridge, MA: MIT Press, 1994. URL: <https://mitpress.mit.edu/9780262082220/image-and-brain/>

60. Krüger, K. (2020). Raumvorstellung und Schulmathematik im Jugendalter: Eine empirische Studie. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 52(1), 24–34.

61. Lee, S., & Uttal, D. (2022). Technology-enhanced spatial training in early education: Effectiveness and pedagogical implications. *Early Childhood Research Quarterly*, 58, 152–165.

62. Lowrie, T., Harris, D., Logan, T., & Hegarty, M. (2018). The impact of an intervention program on students' spatial reasoning: Student engagement through mathematics-enhanced learning activities. *Cognitive Research: Principles and Implications*, 3(1), 1–15.

63. Maguire, E. A., Gadian, D. G., Johnsrude, I. S., Good, C. D., Ashburner, J., Frackowiak, R. S., & Frith, C. D. (2000). Navigation-related structural change in the hippocampi of taxi drivers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 97(8), 4398-4403.

64. Maresch, G., & Sorby, S. A. (2021). Perspectives on spatial thinking. *Journal for Geometry and Graphics*, 25(2), 271–293

65. Mason, J. *Mathematical Thinking and Spatial Reasoning: Teaching Approaches for Secondary Education*. — London: Routledge, 2010. — 198 p.

66. Mason, J. *Thinking Mathematically*. Harlow: Pearson Education, 2010.
URL: <https://www.pearson.com/en-gb/subject-catalog/p/Mason-Thinking-Mathematically-2nd-Edition/P200000004947/9780273728924>

67. Mix, K. S., & Cheng, Y.-L. (2012). The relation between space and math: Developmental and educational implications. *Advances in Child Development and Behavior*, 42, 197–243.

68. Mix, K. S., Levine, S. C., Cheng, Y., Young, C., Hambrick, D. Z., Ping, R., & Konstantopoulos, S. (2016). Separate but correlated: The latent structure of space and mathematics across development. *Journal of Experimental Psychology: General*, 145(9), 1206-1227.

69. Mokhatar, M. S., Tarmizi, R. A. Spatial Abilities as a Predictor to Success in the Kangaroo Contest. *Journal of Mathematics & System Science*, 2017, vol. 7(4). DOI: <https://doi.org/10.17265/2159-5291/2017.04.002>

70. Moreau D., Clerc J., Mansy-Dannay A. Spatial abilities and decision-making in team sports. *Journal of Human Movement Science*. 2012. 31(6). 1501-1510.
71. Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P., Hooper, M. TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science. TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College, 2020.
72. Newcombe, N. S. (2017). Harnessing spatial thinking to support STEM learning. *Cognitive Research: Principles and Implications*, 2(1), 1–12.
73. Newcombe, N. S. Picture This: Increasing Math and Science Learning by Improving Spatial Thinking. *American Educator*, 34(2), 29-35, 2010.
74. Newcombe, N., & Huttenlocher, J. (2000). *Making Space: The Development of Spatial Representation and Reasoning*. Cambridge, MA: MIT Press.
75. OECD. PISA 2018 Results (Volume II): Where All Students Can Succeed. Paris: OECD Publishing, 2020.
76. Ooms, K., De Maeyer, P., & Fack, V. (2019). Effect of using a 3D world and map-based settings in a geospatial training environment on children's spatial thinking. *Cartography and Geographic Information Science*, 46(5), 430–444.
77. Piaget, J., Inhelder, B. *The Child's Conception of Space*. London: Routledge & Kegan Paul, 1967. URL: <https://archive.org/details/childsconception0000piag>
78. Radianti, J., Majchrzak, T. A., Fromm, J., Wohlgenannt, I. A systematic review of immersive virtual reality applications for higher education. *Computers & Education*, 2020, vol. 147. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103778>
79. Seitz, W. C. *The Responsive Eye*. New York: Museum of Modern Art, 1965. URL: <https://www.moma.org/calendar/exhibitions/2737>
80. Shea, D.L., Lubinski, D., & Benbow, C.P. (2021). Spatial ability and STEM: A 50-year longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, 113(2), 312–328.
81. Shepard, R. N., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. *Science*, 171(3972), 701–703.

82. Sorby B. Developing 3-D Spatial Skills for Engineering Students // Australasian Journal of Engineering Education. 2009. 15. 1-10.

83. Sorby, S.A. (2020). Spatial abilities and their role in STEM education. International Journal of STEM Education, 7(1), 1–12.

84. Taylor, M. M., O'Hare, D., & Morrison, D. (2014). Cognitive predictors of pilot navigation performance: The role of spatial ability. The International Journal of Aviation Psychology, 24(2), 138-156.

85. Tricot, A., & Sweller, J. (2014). Domain-specific knowledge and why teaching generic skills does not work. Educational Psychology Review, 26(2), 265–283.

86. Turgut, M. (2022). Development of spatial ability in early grades: A longitudinal study. Journal of Educational Psychology, 114(1), 23–37.

87. Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., et al. (2020). The malleability of spatial skills: A meta-analysis of training studies. Psychological Bulletin, 139(2), 352–402.

88. Vasta, R., Harwood, R., Miller, S. A. Child Psychology: Development in a Changing Society. 5-те вид. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2008. ISBN 978-0-471-70649-6. URL: <https://www.wiley.com/en-us/Child%2BPsychology%3A%2BDevelopment%2Bin%2Ba%2BChanging%2BSociety%2C%2B5th%2BEdition-p-9780471706496>

89. <https://imzo.gov.ua/>

90. <https://zno.osvita.ua/>

ДОДАТКИ

Додаток 1

Методична розробка інтегрованого уроку

Математика + Трудове навчання. Початкова школа та 5-6 класи.

Тема: Створення настільної гри «Новорічне лото» як засіб розвитку просторового мислення.

Форма проведення: Ігрова творча майстерня.

Обґрунтування теми (науково-методичний аспект)

Дошкільний та молодший шкільний вік є сензитивними періодами для розвитку просторового мислення. Просторові уявлення активно формуються через діяльність, яка вимагає маніпуляцій з об'єктами та орієнтації на площині. Згідно з положеннями компетентнісного підходу (Концепція НУШ, 2016) [19], інтеграція математичних знань і практичних навичок є ефективним засобом розвитку ключових компетентностей учнів. Використання настільних ігор сприяє формуванню критичного мислення та просторових уявлень, дрібної моторики, навичок співпраці (Панасюк І. В., 2018) [28].

Дидактичні принципи:

- наочності (використання зразків, шаблонів, демонстраційних матеріалів);
- діяльнісний підхід (створення продукту власноруч);
- інтегрованість (поєднання знань з математики, трудового навчання);
- диференціація (завдання різного рівня складності);
- компетентнісна орієнтація (формування практичних навичок).

Освітні цілі

Загальна мета: формувати вміння розрізняти геометричні фігури; формування знання про властивості фігури; закріпити поняття площі, об'єму, пропорцій та симетрії; розвивати просторове мислення, уяву; розвивати логічне мислення дітей; стимулювати творчу активність; стимулювати технічне моделювання; стимулювати дрібну моторику; формувати навички командної роботи.

Міжпредметні

Застосовувати просторові поняття під час оформлення ігрового поля. Розвивати естетичний смак, уміння працювати в команді.

Очікувані результати

Учень навчиться впізнавати, аналізувати та класифікувати геометричні фігури на площині; закріпить поняття форми, кольору, симетрії та орієнтації фігур у просторі; розвиваючи просторове мислення та навички логічного міркування; розвине уважність,

спостережливість та здатність до візуального пошуку відповідностей; навчитися застосовувати елементи математичної мови у грі (назви фігур, орієнтація: «вгорі», «зліва» тощо); покращить дрібну моторику, координацію рухів через практичну діяльність (вирізання, наклеювання, розміщення елементів); розвине здатність до самооцінки та взаємодії з іншими в ігровому навчальному середовищі; набуде досвіду створення простих моделей та настільних ігор, застосовуючи знання з математики в реальному контексті; отримає позитивний досвід командної роботи, розвитку ініціативності та творчого мислення.

Матеріально-технічне забезпечення: кольоровий картон, ножиці, клей, гральне поле (сітка 3×4), шаблони фігур; зразки готової гри, олівці, фломастери.

ХІД УРОКУ

1. Організаційний момент

Мета: Створити емоційно комфортну атмосферу, налаштувати учнів на роботу.

Вчитель використовує прийом «Позитивний настрій»: «Усміхніться один одному - і наш день буде радісним!»

Методичні рекомендації. Застосування ігрової форми звертання сприяє емоційному залученню дітей у навчання.

2. Актуалізація знань

Мета: Актуалізувати знання учнів про геометричні фігури, пригадати їх назви та властивості.

Вчитель демонструє набір геометричних фігур (трикутник, квадрат, круг, прямокутник): «Пригадайте, як називається ця фігура? Скільки вона має кутів?». «А де ви бачили такі фігури в житті?»

Методичні рекомендації. Застосувати прийом «Мозковий штурм», формувати зв'язок між навчальним матеріалом і практичним досвідом учнів.

3. Повідомлення теми та мети уроку

Мета: Мотивувати учнів, зацікавити темою уроку, чітко окреслити цілі діяльності.

Вчитель демонструє готову гру «Новорічне лото»: «Подивіться, ось так виглядає наша майбутня гра. Хочете створити свою?»

Формулює тему уроку: «Сьогодні ми станемо творцями і створимо свою гру з геометричних фігур!»

Методичні рекомендації. Використати прийом «Формула цілі»: «Що будемо робити?», «Навіщо це потрібно?», «Що отримаємо в результаті?»

4. Основна частина

Мета: Засвоєння нового матеріалу через практичну діяльність - створення гри.

Вчитель демонструє шаблон поля 3×4: «Кожна клітинка - це місце для фігурки. Обирайте форму!» (рис. Д.1). Організовує роботу в парах. Розповідає, як грати в лото: «Один з вас буде ведучим і називатиме фігури, інші - накриватимуть їх своїми картками.»



Рис.Д.1 Приклад поля

Методичні рекомендації. Важливо слідувати за індивідуальним темпом роботи учнів. Підтримувати самостійність, пропонувати допомогу лише за потреби. Можна використати музику як фоновий супровід для творчої діяльності.

5. Презентація робіт

Мета: Надати можливість кожному учню продемонструвати результат роботи, розвивати комунікаційні навички.

Методичні рекомендації. Підтримувати позитивні висловлювання, уникати порівнянь.

6. Рефлексія

Мета: Осмислення здобутого досвіду, закріплення емоційного враження.

Вчитель питає: «Що вам найбільше сподобалось на уроці? Що було складно? Що ви зробили вперше?» Застосовує метод «Мікрофон» або «Світлофор» (зелене - сподобалось, жовте - було складно, червоне - не вдалось).

Методичні рекомендації. Важливо створити простір для зворотного зв'язку.

Даний урок вчитель також зможе провести в умовах змішаного навчання (на онлайн уроці). Для цього потрібно лише підготувати матеріали дітям за допомогою батьків, замість об'єднання в групи учитель може бути одним ведучим для всього класу.

Додаток 2

ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ У ПРОСТОРІ. ОЗНАКА ПАРАЛЕЛЬНОСТІ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ.

1

Актуалізація знань

- Як взаємне розміщення прямих та площин у просторі?
- Які ознаки використовуються для визначення взаємного розміщення двох прямих?

2

Взаємне розміщення прямої і площини

$a \subset \alpha$

$a \cap \alpha = A$

3

Ознака паралельності прямої і площини.

Теорема: «Ознака паралельності прямої і площини. Якщо пряма a не лежить у площині α , паралельна одній прямій b цієї площини, то ця пряма паралельна площині α ».

4

Ознака паралельності прямої і площини:

Теорема (обернена): «Ознака паралельності прямої і площини. Якщо пряма, паралельна одній прямій, що лежить у площині, паралельна площині».

5

Ознака паралельності прямої і площини.

Наслідок: Якщо пряма паралельна площині, то через будь-яку точку цієї площини можна провести пряму, яка буде паралельна даній, і лише одну.

6

1. Пряма a паралельна до площини α . Скільки прямих, паралельних до прямої a , можна побудувати в площині α ?

- A) Тільки одну
- B) Тільки дві
- C) Бескін
- D) Неможливо визначити

2. Пряма a паралельна площині α . Скільки прямих b лежать на площині α і паралельні до прямої a ?

- A) Одна
- B) Дві
- C) Бескін
- D) Неможливо визначити

Завдання

Додаток 3

Анкета для учнів середньої та старшої школи

Інструкція: Просимо вас відповісти на запитання чесно. Ваші відповіді допоможуть покращити навчальний процес у нашій школі.

Розділ 1. Загальні питання

1. Ваш клас:

- 7
- 8
- 9
- 10
- 11

2. Ваша стать:

- Чоловіча
- Жіноча

3. Які форми навчання ви випробували за останні два роки?

- Традиційна (у школі)
- Змішана (комбінація офлайн і онлайн)
- Дистанційна (лише онлайн)

4. Які предмети викликають у вас найбільший інтерес? (оберіть 2-3)

Розділ 2. Розуміння матеріалу

5. На якій формі навчання ви краще засвоюєте новий матеріал?

- Традиційна
- Змішана

6. У яких умовах вам легше концентруватися на уроках?

- У класі (традиційна форма)
- Під час онлайн-уроків

7. Як часто вам потрібна додаткова допомога вчителя для розуміння матеріалу?

- Завжди
- Часто

- Рідко
- Ніколи

8. Де вам зручніше задавати питання вчителю?

- На уроці в класі
- Через електронні засоби (чат, листи тощо)

9. Чи вистачає вам часу на опанування матеріалу в змішаній формі навчання?

- Так, вистачає
- Ні, потрібно більше часу

Розділ 3. Мотивація та ефективність

10. Чи підвищується ваша мотивація до навчання під час онлайн-занять?

- Так
- Ні

11. Яка форма навчання допомагає вам краще організувати свій час?

- Традиційна
- Змішана

12. Як часто ви користуєтесь додатковими джерелами (відео, статті) під час змішаного навчання?

- Щодня
- Кілька разів на тиждень
- Рідко
- Ніколи

13. Чи вистачає вам технічних засобів для змішаного навчання?

- Так
- Ні

14. Чи відчуваєте ви втому від тривалого перебування за комп'ютером?

- Завжди
- Іноді
- Ніколи

Розділ 4. Взаємодія та спілкування

15. Чи відчуваєте ви менше взаємодії з учителем під час онлайн-занять?

- Так
- Ні

16. Який формат навчання створює кращі умови для спілкування з однокласниками?

- Традиційний
- Змішаний

17. Як часто ви берете участь у групових проектах під час змішаного навчання?

- Часто
- Рідко
- Ніколи

18. Що вам подобається більше у змішаній формі навчання?

- Гнучкий графік
- Доступ до онлайн-матеріалів
- Можливість навчатись вдома

19. Що вам більше подобається у традиційній формі навчання?

- Живе спілкування
- Атмосфера класу
- Можливість одразу отримати допомогу

20. Який формат навчання, на вашу думку, повинен залишитись основним?

- Традиційний
- Змішаний
- Інший (вкажіть)

Розділ 5. Ваші вподобання

Дякуємо за ваші відповіді!

Анкетування учнів

Запропоновано під час педагогічної практики учням 7-11 класів Ворожбянського ліцею (опорного закладу). Усього опитано: 112 учнів. Гендерний склад: 45% хлопців, 55% дівчат

Таблиця 2.9

Результати анкетування

Категорія	Змішане навчання (у відсотках)	Традиційне навчання (у відсотках)
Розуміння матеріалу		
Легше засвоювати матеріал	67%	33%
Достатньо часу для опанування	55%	45%
Зручність задавати питання	72%	28%
Мотивація та ефективність		
Підвищення мотивації	60%	40%
Організація часу	58%	42%
Цікавість та ефективність	69%	31%
Взаємодія та спілкування		
Легка взаємодія з учителем	65%	35%
Краща організація групової роботи	54%	46%
Переваги		
Гнучкий графік	78%	22%
Доступ до онлайн-матеріалів	62%	38%
Комфортні умови вдома	59%	41%
Недоліки традиційного навчання		
Нестача часу на пояснення	-	41%
Складність концентрації	-	48%
Обмеженість навчальних інструментів	-	34%

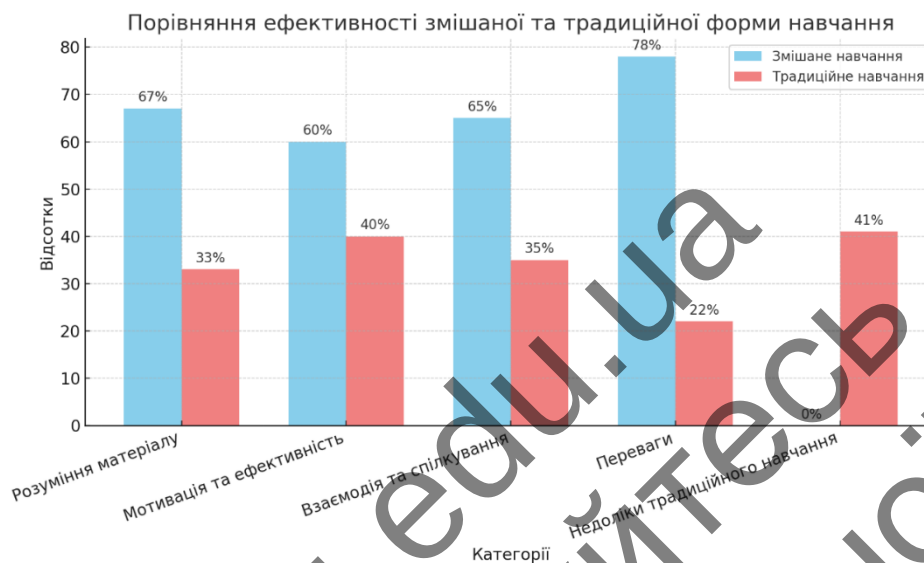


Рис. Д 2 Дослідження думки учнів щодо ефективності змішаної та традиційної форми навчання

З таблиці та діаграми (рис.Д2) видно, що змішане навчання отримало значно більше позитивних відгуків, особливо у категоріях розуміння матеріалу, мотивації та організації навчання. Традиційна форма навчання все ще важлива для підтримки живого спілкування, але її ефективність зменшується через меншу гнучкість і менший доступ до сучасних технологій.