

Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики, фізики та методик їх навчання

Татарчук Валентина Михайлівна

**Ментальна арифметика як технологія формування обчислювальних
навичок в учнів**

Спеціальність 014 Середня освіта (Математика)

Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка

Кваліфікаційна робота
на здобуття освітнього ступеню магістр

Науковий керівник:

Чкана Ярослав Олегович

кандидат педагогічних наук, доцент

кафедри математики, фізики та методик їх
навчання

«___» _____ 20__ року

Виконавець:

Татарчук Валентина Михайлівна

«___» _____ 20__ року

Суми 2022

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	7
1.1. Формування обчислювальних навичок і вмінь учнів: основні етапи вивчення арифметичних дій та формування різних груп обчислювальних прийомів	7
1.2. Ментальна математика як шлях підвищення ефективності формування обчислювальних навичок учнів при вивченні математики	17
1.3. Психолого-педагогічні основи формування розумових дій в курсі ментальної арифметики	29
РОЗДІЛ 2 МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ МЕНТАЛЬНОЇ АРИФМЕТИКИ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ НАВИЧОК УЧНІВ	42
2.1. Аналіз досвіду використання елементів ментальної арифметики на уроках математики	42
2.2. Розробки застосування технології ментальної арифметики для формування обчислювальних навичок в учнів	48
2.3. Обґрунтування та аналіз проведеного експерименту	59
ВИСНОВКИ	68
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	70
ДОДАТКИ.....	77

ВСТУП

Актуальність теми. Одним із найважливіших завдань навчання математики в школі є забезпечення міцного і свідомого оволодіння учнями математичними знаннями та вміннями, потрібними в повсякденному житті та майбутній професійній діяльності кожного члена сучасного інформаційного суспільства. У зв'язку з цим необхідно підкреслити роль обчислювальної підготовки у системі загальної освіти, яка є фундаментом вивчення самої математики та інших навчальних дисциплін. Крім того, обчислення активізують пам'ять, увагу, прагнення до раціональної організації діяльності.

На цьому шляху пріоритетним є знаходження та використання вчителем математики найбільш ефективних технологій, що дозволяють своїм учням оволодіти вміннями та навичками раціональних обчислень. Такі технології, спрямовані на засвоєння обчислювальних умінь і навичок, повинні формувати в учнів узагальнені способи дій, заохочувати їх до самостійного пошуку нових способів дій, розгляду декількох способів розв'язку завдань і оцінювання їх з точки зору раціональності. Ознайомлення учнів саме з раціональними прийомами усного обчислення сприяють створенню позитивних емоційних ситуацій на уроці, підтримують інтерес до математики. Робота з пошуку раціональних прийомів обчислень повинна проводитися постійно, систематично й органічно пов'язуватися з програмовим матеріалом. [65]

Все більшої популярності у сучасному освітньому просторі набувають нетрадиційні технології навчання, однією з яких є ментальна арифметика. Її історія сягає ще за 3000 р. до нашої ери, виникла у Стародавній Греції та Месопотамії, однак широкого застосування набула у Китаї та Японії.

Сьогодні ментальна арифметика використовується у 52 країнах світу і реалізується на комерційній основі у вигляді позашкільних занять, а у Китаї та Японії входить до переліку обов'язкових предметів [53]. Сучасна українська освіта також не є винятком. Так, національно-науковий інститут

неперервної освіти Національного педагогічного університету імені М.П.Драгоманова має навчальний модуль «Методика навчання швидкої образної лічби на основі навчально-розвивального курсу «Індіго» (Ментальна арифметика).

Головне завдання ментальної арифметики домогтися максимальної ефективності роботи мозку. Серед інших завдань – розвиток здатності виконувати швидкі усні обчислення, і, взагалі, дитячого інтелекту, формування вміння адаптуватися, вчитися, планувати, розуміти абстрактні поняття, ставити цілі і досягати їх. [53]

Використовуючи елементи ментального рахунку, а саме - ігрову форму, можна викликати зацікавленість й інтерес до навчання, розвинути посидючість, увагу, інтуїцію, уяву та комунікабельність.

Мета дослідження показати ефективність використання технології ментальної арифметики під час формування обчислювальних навичок в учнів при вивченні математики.

Мета дослідження реалізується виконанням таких тактичних **завдань**:

- 1) вивчити процес формування обчислювальних навичок;
- 2) з'ясувати сутність ментальної арифметики як технології розвитку розумових здібностей;
- 3) перевірити теорію щодо покращення рівня обчислювальних навичок під час застосування елементів ментальної арифметики;
- 4) встановити закономірності процесів та етапів розвитку учня, обґрунтувати доцільність використання елементів ментальної арифметики під час формування обчислювальних навичок в учнів при вивченні математики;
- 5) представити результати експериментального дослідження проблеми формування обчислювальних навичок учнів при використанні ментальної арифметики на уроках математики.

Об'єкт дослідження – процес навчання математики учнів молодшої школи для формування обчислювальних навичок за технологією ментальної арифметики.

Предмет дослідження – особливості використання ментальної арифметики на уроках математики молодшої школи для формування обчислювальних навичок.

Методи дослідження. Для виконання поставлених завдань використано наступні методи:

- теоретичні – аналіз, систематизація, узагальнення, які дозволяють опрацювати науково-психологічні і навчально-методичні джерела, проаналізувати методику і практику підготовки учнів молодшої школи до формування обчислювальних навичок;

- емпіричні – вивчення матеріалів навчальної та педагогічної діяльності, які забезпечують дослідження стану і визначення різних інноваційних технологій формування обчислювальних навичок з математики.

Наукова новизна дослідження полягає в узагальненні й систематизації психологічних та науково-методичних відомостей про особливості і методику використання ментальної арифметики при формуванні обчислювальних навичок учнів молодших класів.

Практичне значення одержаних результатів пов'язане з їх використанням у практично-педагогічній діяльності вчителів математики закладів загальної середньої освіти, методистів, викладачів, учнів, всіх, хто цікавиться вивченням математики.

Апробація результатів. Основні положення та результати дослідження були представлені для обговорення на науковій конференції Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка та засіданнях кафедри математики.

Публікації. Тези роботи були опубліковані:

1. Татарчук В. Ментальна арифметика як технологія формування обчислювальних навичок в учнів при вивченні математики *Студентська*

звітна конференція: Матеріали результатів наукових досліджень молодих науковців. Суми : Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С.Макаренка, 2022. Випуск 16. С.19.

2. Татарчук В. Використання ментальної арифметики на уроках математики при формуванні обчислювальних навичок учнів. *Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2022 Форум молодих дослідників»: матеріали III Всеукраїнської науково-методичної інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених (18 листопада 2022 р., м. Суми).* Суми: [СумДПУ імені А.С.Макаренка], 2022. 152 с.

Робота складається зі вступу, двох розділів основної частини, висновків, списку використаних джерел (81 позиція), додатків.

У першому розділі роботи охарактеризовано основні етапи вивчення арифметичних дій та формування різних груп обчислювальних прийомів як основи формування обчислювальних навичок і вмінь учнів; розкрито сутність ментальної математики як шляху підвищення ефективності формування обчислювальних навичок учнів при вивченні математики; розкрито психолого-педагогічні особливості формування розумових дій в курсі ментальної арифметики.

У другому розділі роботи представлено аналіз досвіду використання елементів ментальної арифметики на уроках математики; представлено розробки застосування технології ментальної арифметики для формування обчислювальних навичок в учнів; подано результати експериментального дослідження проблеми застосування технології ментальної арифметики для формування обчислювальних навичок в учнів.

У висновках узагальнено й систематизовано результати вивчення і визначено перспективи подальших досліджень.

Загальний обсяг роботи – 106 сторінок.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Формування обчислювальних навичок і вмінь учнів: основні етапи вивчення арифметичних дій та формування різних груп обчислювальних прийомів

Важливим завданням при навчанні математики є формування обчислювальних умінь та навичок на основі використання прийомів усних обчислень. Але для цього вчитель математики має сформувати в учнів насамперед уявлення про натуральне число, про десяткову систему числення, про прийоми виконання арифметичних дій тощо.

Проблема формування обчислювальних вмінь та навичок в учнів на уроках математики є однією з актуальних проблем сучасного освітнього процесу. При цьому можна виділити декілька етапів.

На першому етапі відбувається вивчення нумерації, що припускає:

- навчання правильно читати натуральні числа;
- навчання правильно записувати натуральні числа;
- навчання правильно називати натуральні числа у прямому і зворотному порядку;
- навчання порівнювати натуральні числа між собою;
- засвоєння складу числа;
- ознайомлення з деякими величинами та їх одиницями, перетворення іменованих чисел [11].

Під час опанування арифметичних дій учні вивчають:

- таблицю арифметичних дій;
- набувають навичок виконання обчислень у межах 100 і 1000;
- виконують операції над багатоцифровими числами.

При вивченні дій додавання і віднімання виділено такі теми:

- дії додавання і віднімання;
- взаємозв'язок додавання і віднімання;

- додавання і віднімання 0;
- розв’язування прикладів на основі предметних ситуацій;
- вивчення таблиці додавання і віднімання;
- вивчення прийомів додавання і віднімання,
- переставна властивість додавання.

При цьому можна виділити таку схему навчання виконання додавання та віднімання (рис. 1.1).

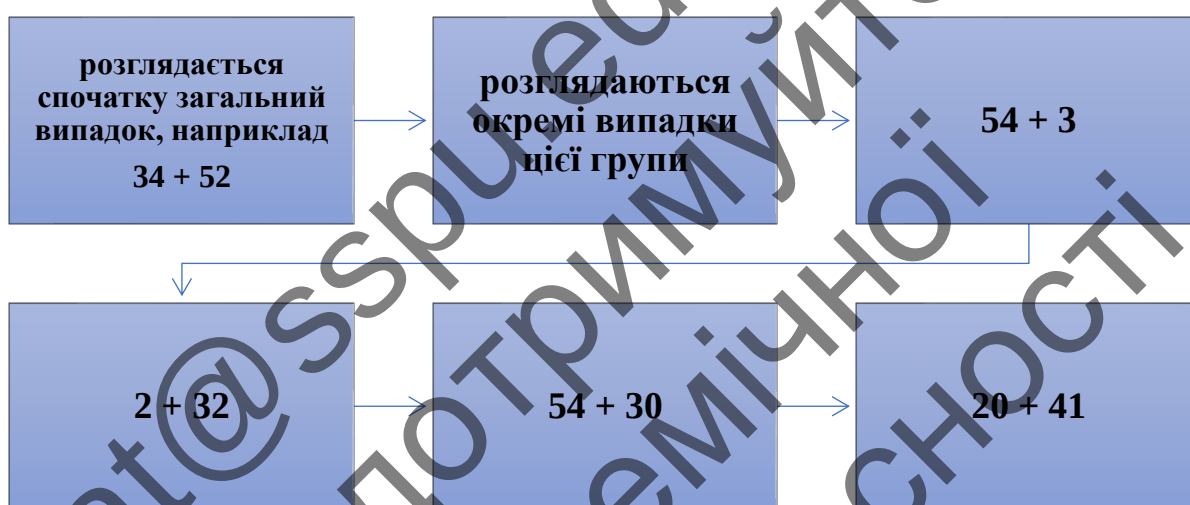


Рис. 1.1. Схема навчання виконання додавання та віднімання

У межах кожної групи дії опрацьовуються послідовно. При такому підході відпрацьовується загальний порядок виконання дій. У межах тисячі значна увага звертається на усні і письмові способи додавання і віднімання. При цьому для вивчення усних прийомів розглядаються випадки, які зводяться до дій у межах сотні. Основним засобом візуалізації прийомів усного додавання та віднімання є різні форми структурних записів.

Вивчення таблиць множення відбувається через додавання однакових доданків, а таблиць ділення – на основі взаємозв’язку між діями множення і ділення. Вивчення теми відбувається в такій послідовності:

- введення дії множення,

- складання і запам'ятовування таблиці множення на 2,
- введення дії ділення,
- взаємозв'язок дій множення і ділення;
- вивчення таблиці ділення на 2;
- вивчення таблиць множення числа 3 і ділення на 3 і т. д [34].

У ході вивчення усного множення і ділення розглядаються:

- випадки множення і ділення, пов'язані з числами 1 і 0, 10 і 100;
- традиційні випадки позатабличного множення і ділення в межах 100 ($24 \cdot 3$, $72 : 6$, $64 : 16$);
- нескладні випадки дій з трицифровими числами.

Письмове множення і ділення вивчається в такій послідовності:

- множення двоцифрових і трицифрових чисел на одноцифрове;
- ділення трицифрових чисел на одноцифрове;
- множення і ділення на двоцифрове число.

Множення і ділення багатоцифрових чисел відбувається за такою схемою (рис. 1.2).



Рис. 1.2. Схема вивчення множення і ділення багатоцифрових чисел

Арифметичні дії, які повинні опановувати учні для формування обчислювальних навичок, можна об'єднати у 3 групи:

- 1) табличні випадки арифметичних дій;
- 2) позатабличні випадки арифметичних дій, які виконуються усно;
- 3) позатабличні випадки арифметичних дій, які виконуються письмово.

Розглянемо сутність поняття «вміння» та «навичка» у педагогічних дослідженнях (рис. 1.3).

"Вміння – це заснована на знаннях і навичках готовність людини успішно виконувати певну діяльність". Вміє той, хто не тільки знає, а й може застосувати свої знання на практиці, користуватися ними у змінюваних ситуаціях. Удосконалені шляхом багаторазових вправ компоненти вмінь, що виявляються в автоматизованому виконанні дій, називаються навичками (Г.С Костюк) [37].

Вміння – готовність людини ефективно виконувати дії відповідно до мети і умов, в яких необхідно діяти, а навичка – усталений засіб виконання дій сформований у результаті багаторазових повторень (О. Савченко) [54].

“Навичка – це діяльність, що виконується учнем безпомилково і через багаторазове повторення автоматизується, здійснюючись значною мірою без участі свідомості. Навичка діє стереотипно в стабільних умовах”. Уміння – це здатність людини свідомо виконати певну дію на основі знань та навичок. Це інтелектуальна діяльність, яка завжди пов'язана із застосуванням знань, тому уміння часто називають знанням у дії [27].

Рис. 1.3. Сутність поняття «вміння» та «навичка» у педагогічних дослідженнях

Ми будемо розуміти вміння як способи виконання дій, що здійснюються на основі завдань, які отримав учень, і потребують усвідомлення операцій, що утворюють дію. Натомість навичка не потребує усвідомлення операцій, що входять в дію.

Обчислювальний прийом – це система операцій, виконання яких призводить до знаходження числового значення виразу. Обчислювальна навичка – це високий ступінь оволодіння обчислювальними прийомами. Сформувані в учнів обчислювальні навички означає знати, які операції і в якій послідовності необхідно швидко виконати для знаходження числового значення будь-якого виразу.

Розкриємо поняття обчислювального прийому на прикладі.

Знайти значення виразу $29 + 34$.

Прийом обчислення для додавання двоцифрових чисел з переходом через десяток відповідно до прийнятої сучасної методичної системи

складається з таких операцій

$$(29 + 34 = 20 + 9 + 30 + 4 = 20 + 30 + 9 + 4 = 50 + 13 = 63):$$

заміна числа 29 сумою розрядних доданків 20 і 9;

заміна числа 34 сумою розрядних доданків 30 і 4;

додавання круглих десятків 20 і 30;

додавання виду $50 + 13$.

Вибір операцій і порядок їх виконання в такому разі базується на повній переставній властивості.

Як бачимо, в обчислювальний прийом для прикладу $29 + 34$ входять:

- знання (склад двоцифрового числа, додавання з переходом через десяток, переставна властивість);
- обчислювальні вміння (подати двоцифрове число як суму розрядних доданків, застосувати переставну властивість додавання);

- обчислювальні навички (заміна чисел 29 і 34 сумою розрядних доданків, додавання круглих чисел, додавання виду $50 + 13$).

Наведемо приклади інших обчислювальних прийомів для виразу $29 + 34$.

$$\begin{aligned} 29 + 34 &= (20 + 9) + 34 = (20 + 34) + 9 = 54 + 9 = 63; \\ 29 + 34 &= (20 + 9) + 34 = 20 + (9 + 34) = 20 + 43 = 63; \\ 29 + 34 &= 29 + (1 + 33) = (29 + 1) + 33 = 30 + 33 = 63; \\ 29 + 34 &= 29 + (30 + 4) = (29 + 3) + 30 = 33 + 30 = 63; \\ 29 + 34 &= (23 + 6) + 34 = 23 + (6 + 34) = 23 + 40 = 63; \\ 29 + 34 &= (29 + 1) + (34 - 1) = 30 + 33 = 63; \\ 29 + 34 &= (29 - 6) + (34 + 6) = 23 + 40 = 63. \end{aligned}$$

Як видно з цих прикладів, для знаходження значення виразу $29 + 34$ можна використати різні теоретичні положення, тобто різні прийоми обчислень [36].

При ознайомленні з новим обчислювальним прийомом учні мають на конкретному прикладі обґрунтовувати кожну операцію, тобто давати розгорнуте пояснення виконання [11].

Наведемо приклад розгорнутого пояснення учня при обчисленні виразу $47 + 29$.

Число 47 подаю сумою десятків і одиниць: 47 – це
сума чисел 40 і 7.

Число 29 подаю сумою десятків і одиниць: 29 – це
сума чисел 20 і 9.

Додаю десятки до десятків, одиниці – до одиниць:
40 і 20, буде 60, 7 і 9, буде 16, 60 і 16, буде 76.

За теоретичною основою можна виділити такі групи обчислювальних прийомів:

1. Прийоми, теоретичну основу яких складає конкретний зміст арифметичних дій. Вони розкриваються на основі виконання арифметичних дій за допомогою наочних посібників.
2. Прийоми, теоретичною основою яких є знання нумерації чисел: $a \pm 1$, $10 + 7$, $4 + 30$, $78 - 70$, $59 - 9$, $9 \cdot 10$, $80 : 10$ і відповідні прийоми виконання арифметичних дій у межах мільйона, які зводяться до прийомів цих дій в межах сотні.
3. Прийоми, теоретичну основу яких складають властивості чотирьох арифметичних дій. Як наприклад: $42 + 53$, $37 + 20$, $40 + 39$, $64 + 3$, $5 + 73$, $89 - 72$, $54 - 30$, $54 - 3$, $49 + 35$, $56 + 9$, $8 + 37$, $86 + 4$, $72 + 18$, $90 - 7$, $46 - 7$, $97 - 49$, $70 - 32$, $24 - 3$, $4 - 23$, $96 : 3$, $96 : 4$, $50 : 2$, $12 \cdot 30$, $360 : 9$, $340 : 20$ і відповідні усні прийоми додавання, віднімання, множення і ділення чисел у межах мільйона, які зводяться до прийомів обчислень в межах сотні, та письмові прийоми над числами в межах мільйона.
4. Прийоми, теоретичною основою яких є зв'язки між компонентами і результатом арифметичних дій. Це прийоми для випадків виду $80 : 40$, $94 \cdot 47$, $17 : 1$, $0 : 5$.
5. Прийоми, теоретичною основою яких є правила, пов'язані з виконанням множення числа на 1 і 0.

Спільні підходи до формування обчислювальних прийомів для кожної групи є основою для оволодіння учнями обчислювальними навичками.

У чинній методичній системі формування обчислювальних умінь і навичок панує така послідовність розгляду прийомів, що спочатку вводяться як прийоми, що містять значну кількість операцій. Тоді раніше засвоєні прийоми включаються в нові як основні операції.

Розглянемо прийом послідовного віднімання двоцифрових чисел з переходом через десяток для випадку $67 - 39$.

$$67 - 39 = 67 - (30 + 9) = (67 - 30) - 9 = 37 - 9 = 37 - (7 + 2) = (37 - 7) - 2 = 30 - 2 = 28.$$

Як видно, знайти числове значення виразу $67 - 39$ учень не зможе, якщо він не опанував-прийоми обчислень для випадків

$$67 - 30, 37 - 9, 37 - 7, 30 - 2.$$

$$67 - 30 = (60 + 7) - 30 = (60 - 30) + 7 = 30 + 7 = 37;$$

$$37 - 9 = 37 - (7 + 2) = (37 - 7) - 2 = 30 - 2;$$

$$30 - 2 = (20 + 10) - 2 = 20 + (10 - 2) = 20 + 8 = 28.$$

Останні три прийоми обчислень для знаходження числового значення виразу виду $67 - 39$ стали операціями.

Наведемо деякі приклади типових помилок, які допускають учні при обчисленні значень числових виразів.

1. Виконуючи множення виду $24 \cdot 3$, $4 \cdot 13$ учень формально переносить раніше відомий йому прийом додавання видів: $24 + 3$ і $3 + 24$ до тих виразів, до яких він не підходить.

Наприклад:

$$24 + 3 = (20 + 4) + 3 = 20 + (4 + 3) = 20 + 7 = 27; 24 \cdot 3 = (20 + 4) \cdot 3 = 20 \cdot 3 + 4 = 60 + 4 = 64; 24 \cdot 3 = (20 + 4) \cdot 3 = 20 + 3 \cdot 4 = 20 + 12 = 32; 4 \cdot 13 = 4 \cdot (10 + 3) = 4 \cdot 10 + 4 = 40 + 4 = 44; 4 \cdot 13 = 4 (10 + 3) = 10 + 4 \cdot 3 = 10 + 12 = 32.$$

2. Причина появи типової помилки при діленні виду $64 : 2$ аналогічна попередній. Учень ділить один з доданків на число, а другий доданок залишає без змін.

$$64 : 2 = (60 + 4) : 2 = 60 : 2 + 4 = 30 + 4 = 34;$$

$$64 : 2 = (60 + 4) : 2 = 60 + 4 : 2 = 60 + 2 = 62.$$

Цих помилок можна уникнути, застосувавши прийоми зіставлення і протиставлення.

3. Часто учень, шукаючи числове значення виразів виду $36 : 3$, оперує десятками як одиницями:

$$36 : 3 = 3 : 3 + 6 : 3 = 1 + 2 = 3.$$

Причина появи цієї помилки є у відсутності пояснення, як знайти значення виразу допоміжної (неарифметичної) операції – читання виразу. При ознайомленні учнів з обчислювальним прийомом для випадку $36 : 3$ не варто пропускати цю допоміжну операцію. Вона допомагає учням правильно подати ділення у вигляді суми розрядних доданків і вказати одну із допоміжних операцій — властивість ділення суми на число. В іншому випадку неусвідомленим буде зв'язок теорії з практикою, що негативно впливає на усвідомленість обчислювальних умінь і навичок. Отже, недоліки в засвоєнні необхідних допоміжних операцій і є тією причиною, що учні допускають помилки в їх комплексному використанні.

4. Наступна помилка пов'язана з об'єднанням двох прийомів ділення двоцифрового числа на одноцифрове: ділене подається у вигляді суми розрядних доданків. Одержану остачу при діленні десятків діленого на дільник учень додає до десятків частки і до одиниць діленого:

$$64 : 4 = 36;$$

$$60 : 4 = 10 \text{ (ост.20);}$$

$$20 + 10 = 30;$$

$$20 + 4 = 24;$$

$$24 : 4 = 6;$$

$$30 + 6 = 36.$$

5. Найбільш поширеною помилкою при діленні двоцифрового числа на двоцифрове є неправильне перенесення учнями властивості ділення суми на число: десятки діленого ділять на десятки дільника, а одиниці діленого на одиниці дільника. Одержані частки додають:

$$68 : 34 = 4;$$

$$60 : 30 = 2;$$

$$8 : 4 = 2;$$

$$2 + 2 = 4.$$

6. Використовуючи ділення двоцифрового числа на двоцифрове, учні оперують цифрами діленого і дільника, не враховуючи відмінностей між поняттями «цифра» і «розряд». Десятки діленого ділять на десятки дільника, одиниці діленого ділять на одиниці дільника. Перший результат записують на місці десятків частки, другий результат — на місці одиниць частки:

$$96 : 16 = 91;$$

$$9 : 1 = 9;$$

$$6 : 6 = 1.$$

7. При діленні двоцифрового числа на двоцифрове учні виділяють у і діленому зручні доданки і ділять їх на десятки і одиниці дільника. Перший результат записують на місці десятків частки, другий результат — на місці одиниць частки:

$$72 : 24 = 33;$$

$$72 = 60 + 12;$$

$$60 : 20 = 3;$$

$$12 : 4 = 3.$$

Запобігти появі таких помилок та усунути їх допоможе система використання системи таких прийомів:

- порівняння обчислювальних прийомів з виділенням у них суттєвих

- відмінностей;
- обговорення з учнями неправильно знайдених числових значень виразів;
- аналіз числових виразів для попередження змішування арифметичних дій;
- перевірки знайденого числового значення виразу способом виконання оберненої арифметичної дії.

Для вдосконалення обчислювальних навичок необхідно передусім забезпечити органічний зв'язок теоретичної і практичної частин, включати більше тренувальних вправ, зміцнювати зв'язок усних і письмових обчислень, що сприятиме їх вдосконаленню [38].

Проблема формування обчислювальних умінь і навичок не може бути розв'язана без вивчення її відношення до шляхів пізнавальної діяльності учня. Від того, який метод ми використаємо для ознайомлення учнів з новим обчислювальним прийомом, буде залежати рівень спрямованості розумової діяльності, глибина і міцність його засвоєння.

1.2. Ментальна математика як шлях підвищення ефективності формування обчислювальних навичок учнів при вивченні математики

У сучасному освітньому просторі все більшої популярності набувають нетрадиційні технології навчання, однією з яких є ментальна арифметика. Новою її назвати не можна, оскільки її історія сягає давнини, вона була відомою ще за 3000 р. до нашої ери у Стародавній Греції та Месопотамії, однак широкого застосування набула у Китаї та Японії. Сьогодні ментальна арифметика використовується у 52 країнах світу і реалізується на комерційній основі у вигляді позашкільних занять, а у Китаї та Японії входить до переліку обов'язкових предметів [50].

В словосполученні “ментальна арифметика” слово «ментальна» значить «в умі», а «арифметика» – розділ математики, який вивчає числа. Отже, ментальна арифметика – це своєрідна методика усних обчислень.

Оскільки ця методика привчає учнів виконувати швидкі усні обчислення, то вона є доречною у контексті нашого дослідження. Водночас, головним завданням ментальної арифметики є налаштування максимальної ефективності роботи мозку. Серед інших важливих завдань цієї методики є розвиток інтелекту дитини, формування вміння навчатися, планувати, розуміти абстрактні поняття, ставити цілі і досягати їх, адаптуватися до життєвих ситуацій [58].

Навчання ментальній арифметиці полягає у засвоєнні користуванням спеціальною рахівницею (абакусом, соробаном) і поступовому переході на роботу з уявною рахівницею. Цей процес здійснюється за рахунок виконання регулярних завдань, в ході яких учень виконує дії додавання та віднімання так званих згенерованих чисел [70].

Ця рахівниця відіграє провідну роль у формуванні навичок швидких обчислень. Аналогом абакуса є звичайна рахівниця, яка позиціонувалася як механічний пристрій для виконання арифметичних обчислень і до 90-х рр. минулого століття на ній вчили рахувати в школах.

Абакус складається з рамочки, розділювальної лінії, кісточок, які позначають цифри і спиць, які позначають десяткові розряди (рис. 1.1). Кількість спиць може бути різною і від неї залежить розрядність числа, яке можна отримати на абакусі. Чим більше спиць, тим більше число можна набрати на соробані [70].

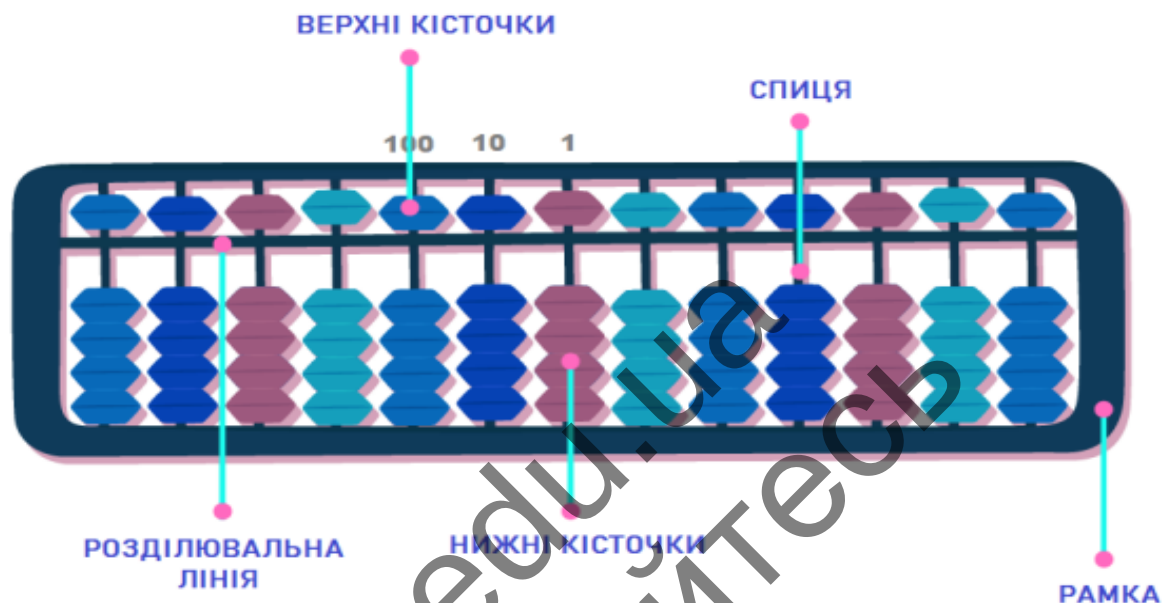


Рисунок 1.1 – Основні елементи абакуса (соробана)

Перш, ніж приступати до навчання усній лічбі за цією методикою, дітей спочатку знайомлять зі складовими частинами абакусу. Він складається з прямокутної рамки, розподільної перекладини, вертикальних спиць, на яких розміщені верхні (небесні) та нижні (земні) кісточки. Верхні кісточки дорівнюють п'яти (5 десятків, 5 сотень, 5 тисяч й т.п.), нижні – це одиниці. Кожна вертикальна спиця з кісточками позначає різні розряди, починаючи справа наліво: одиниці, десятки, сотні, тисячі, десятки тисяч і т.п. Так, на першій спиці діти працюють з цифрами від 0 до 9, на другій – з числами від 10 до 90, на третій з числами – від 100 до 900 і т.п. В процесі роботи з абакусом діти використовують великі та вказівні пальці. Верхні кісточки додають та віднімають вказівним пальцем. При роботі з нижніми кісточками – додавання відбувається великим, а віднімання вказівним пальцями. В результаті рахуються лише ті кісточки, які знаходяться біля перекладини.

Розділювальна лінія (далі будемо називати лінія) ділить кісточки на верхні і нижні. Для зручності обирають спицю посередині і вважають, що вона позначає одиниці, та, що перед нею – десятки, третя – сотні тощо. На спиці для першого розряду кісточка, що знаходиться над лінією позначає 5

одиниць, нижні кісточки рівні 1 одиниці. На спиці десятків аналогічно – верхня кісточка – 50 одиниць, нижні – кожна по 10 тощо.

Дії додавання та віднімання на рахівницях виконуються за допомогою спеціальних правил: «Просто», «Брати», «Друзі», «Сім'я». Правила застосовуються строго у зазначеній послідовності. Це значить, що початківцям слід починати виконувати завдання за правилом «Просто», наступним етапом навчання буде застосування правила «Брати», потім «Друзі» і тільки потім «Сім'я» [70].

Розглянемо правило “Просто”. У розробленій системі дане правило розділено на дві підкатегорії: «Просто 4» та «Просто 9». Правило «Просто 4» полягає у тому, щоб навчитися працювати з нижніми кісточками: для додавання чисел від 1 до 4 слід підняти відповідну кількість кісточок до лінії великим пальцем, для віднімання – опустити донизу потрібну кількість кісточок. Метою правила «Просто 9» є навчитись виконувати операції з числами 5, 6, 7, 8, 9. Для додавання та віднімання числа 5 застосовується верхня кісточка. З нею слід працювати вказівним пальцем: при додаванні – опустити кісточку до лінії, при відніманні – підняти вгору. Для роботи з числами 6, 7, 8, 9 застосовується два пальці. Тобто для додавання чисел 6, 7, 8, 9 нам слід одночасно вказівним та великим пальцями зрушити до лінії верхню кісточку та 1, 2, 3, 4 нижні кісточки відповідно. Для віднімання – необхідно одночасно вказівним і великим пальцями прибрати від лінії верхню і 1, 2, 3, 4 нижні кісточки відповідно.

У випадках, коли правило «Просто» неможливо застосувати до виразу, використовується правило «Брати». «Брати» в ментальній арифметиці – це два числа, сума яких рівна п'яти (наприклад «братом» числа 1 є число 4, для числа 2 – число 3, для 3 – 2, для 4 – 1, для 5 – 0).

Це правило застосовується до наступних виразів:

$$1 + 4 = 5,$$

$$2 + 3 = 5,$$

$$3 + 2 = 5,$$

$$4 + 1 = 5,$$

$$5 + 0 = 5.$$

Щоб додати число за допомогою правила «Брати» – потрібно додати 5 і відняти «брата» другого доданка. Розглянемо вираз $4+2$, потрібно додати 5 та відняти «брата» числа 2, тобто відняти 3. На абакусі це виглядає наступним чином – кісточки, що відповідають числам 5 і 3 слід зрушити вниз одночасно вказівним і великим пальцями відповідно (рис. 1.2) [70].



Рисунок 1.2 – Приклад додавання на абакусі за правилом «Брати»

Щоб знайти різницю чисел за допомогою правила «Брати, потрібно відняти 5 і додати «брата» числа, яке віднімається.

Наприклад, для виразу $4-2$ необхідно відняти 5 та додати «брата» числа 2, тобто додати 3. При цьому на абакусі слід кісточки, що відповідають числам 5 і 3 потрібно зрушити вгору одночасно вказівним і великим пальцями відповідно (рис.1.3).

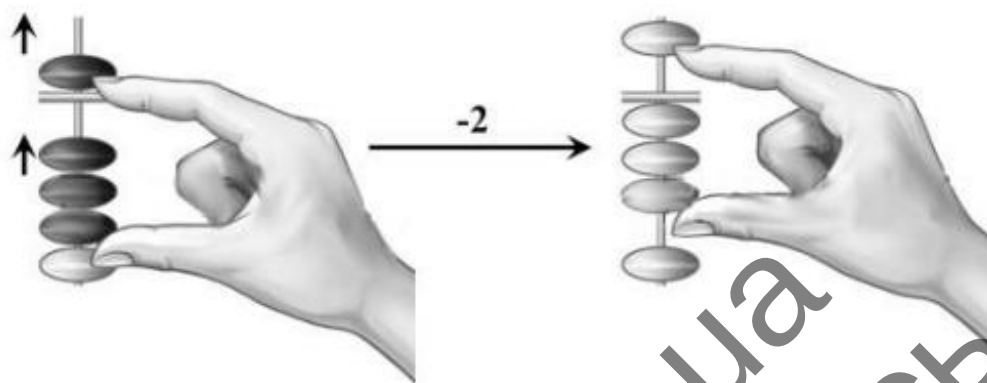


Рисунок 1.3 – Приклад віднімання на абакусі за правилом «Брати»

Далі розглянемо правило «Друзі». Воно застосовується, коли не працюють правила «Просто» і «Брати».

«Друзі» в ментальній арифметиці – це два числа, сума яких десять:

$$1 + 9 = 10,$$

$$2 + 8 = 10,$$

$$3 + 7 = 10,$$

$$4 + 6 = 10,$$

$$5 + 5 = 10,$$

$$6 + 4 = 10,$$

$$7 + 3 = 10,$$

$$8 + 2 = 10,$$

$$9 + 1 = 10.$$

Число 10 на абакусі – це одна нижня кісточка на першій лівій спиці від середини (називають другою спицею). Правила відкладання кісточок для десятків такі ж, як і для правила «Просто»: числа 1, 2, 3, 4 додають, піднімаючи відповідну кількість нижніх кісточок до лінії великим пальцем, віднімають – опускаючи від лінії вказівним пальцем; 5 – додають і віднімають тільки вказівним пальцем; 6, 7, 8, 9 – додають, зрушуючи одночасно вказівним і великим пальцями верхню та 1, 2, 3, 4 нижні кісточки до лінії відповідно, віднімають опускаючи від лінії одночасно вказівним і великим пальцями верхню і 1, 2, 3, 4 нижні кісточки відповідно.

Щоб додати число за допомогою правила «Друзі», потрібно додати 10 і відняти «друга» другого доданка. Тобто, щоб знайти суму $9+2$ необхідно одночасно лівою рукою на другій спиці додати 10 і правою рукою на першій спиці відняти 8.

Щоб виконати різницю чисел за допомогою правила «Друзі», потрібно відняти 10 і додати «друга» числа, яке віднімається. Наприклад, для обчислення значення $11 - 2$ слід одночасно лівою рукою на другій спиці відняти 10 і правою рукою на першій спиці додати 8 (рис.1.4).

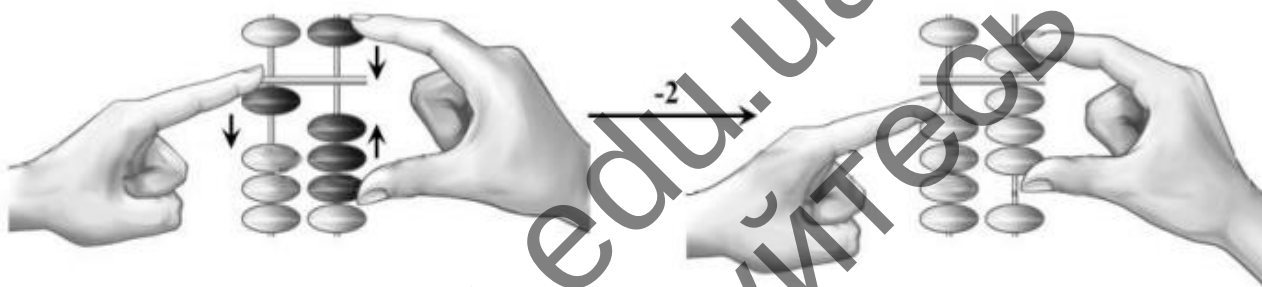


Рисунок 1.4 – приклад віднімання на абакусі за правилом «Друзі»

У випадку, коли не працюють правила «Просто», «Брати» і «Друзі», слід застосовувати правило «Сім'я». Воно поєднує в собі правила «Друзі» і «Брати». Лівою рукою виконується правило «Друзі», а правою рукою – правило «Брати».

При навчанні за цією методикою можна виділити декілька етапів. Спочатку діти вчать відкладати на абакусі числа (у межах 99), при цьому поступово навчаються візуалізувати абакус і перемішувати намистини подумки. Для таких занять важливе позитивне налаштування та доброзичлива атмосфера у класі. [77].

На наступному етапі ці ж обчислення слід виконувати на уявному або намальованому абакусі. Рух кожного пальця при запису і стиранні має важливе значення, важливо слідкувати за тим, щоб кожен палець рук виконував свою роль [77]. Згодом діти виконують складні обчислення за допомогою пальців рук, так би мовити, зчитуючи результат. Педагоги рекомендують мати регулярні заняття, кожного дня дитина має займатися по 15–20 хвилин. Такі вправи потрібні не просто для досягнення швидкого виконання усних обчислень, а й розвитку головного мозку.

Для навчання ментальній арифметиці існує кілька цифрових продуктів. У таблиці 1.1 наведено порівняльну характеристику таких систем як «Абакус–центр», «Клуб ментальної арифметики», «Айма» та «Соробан – школа усного рахунку» [24].

Таблиця 1.1

Цифрові продукти, спрямовані на навчання ментальній арифметиці

Посилання	Безкоштовний сайт	Навчальний план	Конструктор завдань	Звітність	Озвучування завдань
abakus-center.ru	–	+	–	–	+
mentalnaya-arifmetika.club	+	–	–	–	+
flash.iama.kz	+	–	+	–	–
soroban.ua/game	+	–	–	–	–

У цих застосунках передбачені такі види завдань як:

- ментальна арифметика (необхідно усно порахувати результат, якщо користувачу періодично із заданою затримкою показуються числа та арифметичні операції з ними);
- флеш–карти (користувачу послідовно, але із заданою затримкою, показується набір картинок; після відображення всіх картинок необхідно відтворити порядок їх показу);
- слова (на заданий період часу користувачу показується слово, після цього потрібно правильно надрукувати це слово);

- візуалізація абакуса (користувачу необхідно ввести відповідне число, яке періодично з деякою затримкою показуються числа, зображені на абакусі).

Для того, щоб почати проходження завдання, необхідно натиснути на нього, ознайомитися з інструкцією та натиснути на кнопку «Почати» (рис. 1.5).



Рис. 1.5. Головна сторінка застосунку для учнів

Завдання «Абакус–арифметика» та «Ментальна арифметика» мають однаковий інтерфейс. Під час виконання цих завдань на екрані поступово будуть з'являтися числа та операції, які слід виконувати з ними. Після того, як буде показане останнє число, учень має ввести відповідь – результат виконання операцій із побаченими числами. Якщо обрали завдання «Візуалізація абакуса», то поступово будуть відображатися картинки абакуса, на якому відображене відповідне число, потрібно ввести це число (рис. 1.6). В кінці виконання завдання учень отримує повідомлення про правильність відповіді.

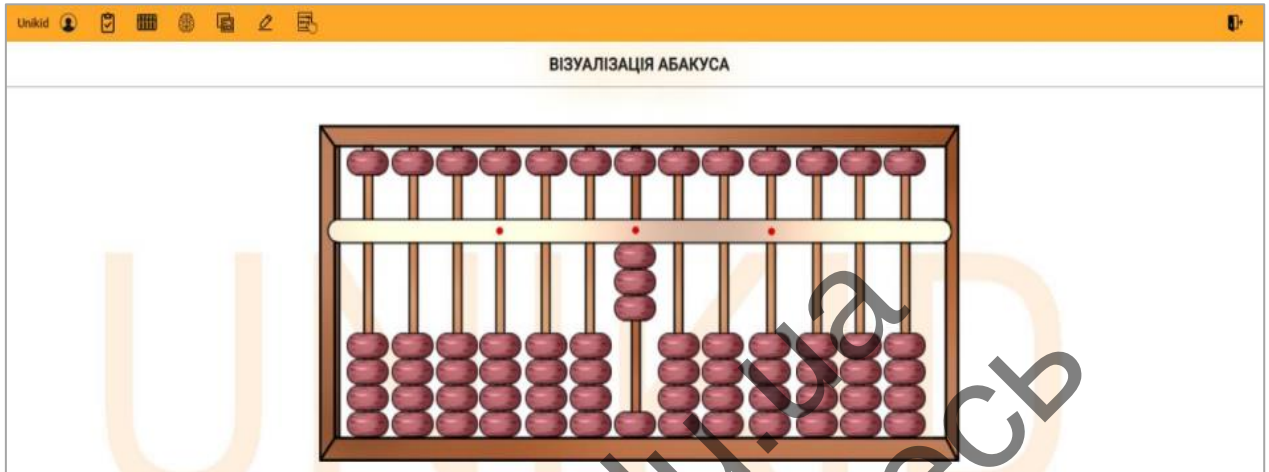


Рис. 1.6. Виконання завдання «Візуалізація абакуса»

Системи передбачають роботу з колекціями картинок, які використовуються для генерації завдань «Флеш карти». Користувач може створювати тематичні колекції. Після натиснення на завдання «Флеш–картки» учень має обрати колекцію, якщо хоче працювати з тематичними картинками або обрати «Випадковий набір». Колекції можна відсортувати за різними параметрами (рис.1.7).



Рис. 1.7. Підготовка до виконання завдання «Флеш– картки»

Після вибору колекції слід натиснути кнопку «Почати». На екрані поступово будуть з'являтися картинки, потрібно запам'ятати їх порядок. Далі буде відображено усі картинки, які учень бачив протягом завдання. Учень

має відтворити їх порядок натисканням на картинки. Обраний порядок картинок буде відображатися внизу. В кінці виконання завдання учень отримує повідомлення про правильність відповіді (рис. 1.8).



Рисунок 1.8. Виконання завдання «Флеш– картки»

Окрім цього є можливість відслідковувати прогрес навчання користувача, беручи до уваги інформацію про кількість успішно та неуспішно виконаних користувачем завдань формується звіт (рис. 1.9).

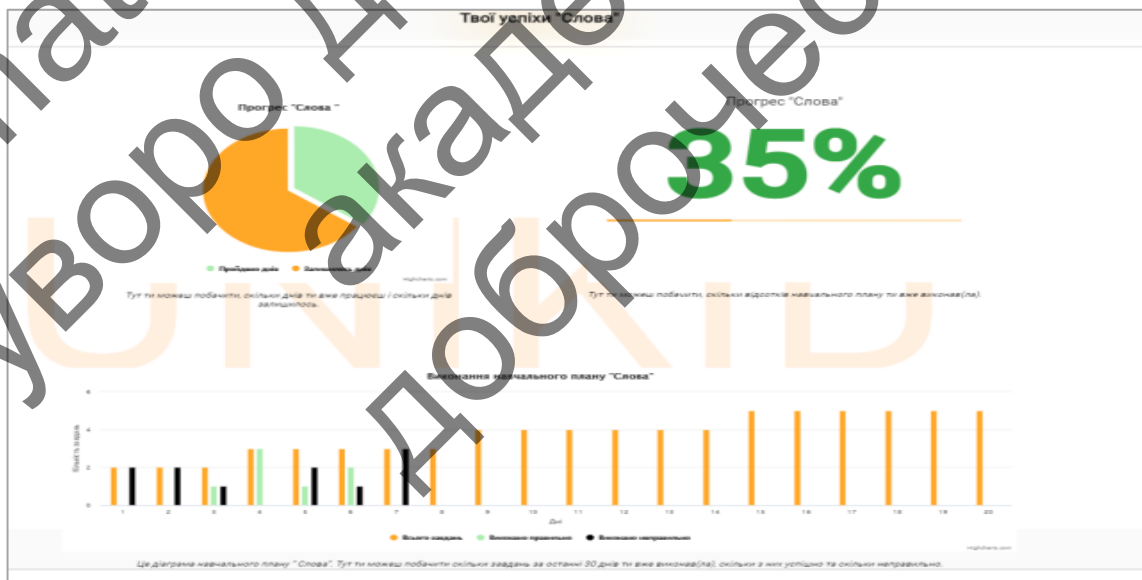


Рис. 1.9. Приклад екранної форми прогресу учня за типом завдання «Слова»

У нашій країні ментальна арифметика з'явилася близько 7 років тому. В 2013 р. у м. Дніпрі була відкрита перша школа усної лічби «Соробан». В

Ізмаїлі аналогічна школа почала функціонувати у 2016 р., а в 2015 році розпочала свою роботу Академія розвитку інтелекту «Smartum».

Технологія «Ментальна арифметика» спрямована на максимальний розвиток інтелектуальних і творчих здібностей дітей, формування у них необхідних вмінь для сприйняття та обробки великої за обсягом інформації.

Основними завданнями цієї методики є:

- формування навичок усної лічби без використання електронних обчислювальних машин;
- розвиток психічних процесів, інтелекту, логіки та лідерських якостей;
- активізація пізнавального інтересу через використання діяльнісного підходу;
- розвиток дрібної моторики, який активізує інтелектуальний та творчий потенціал учня;
- підвищення самооцінки, успішності та впевненості.

Організація навчання ментальній арифметиці передбачає використання різних прийомів та спеціальних розвиваючих вправ.

1. Використання двох рук (дозволяє розвивати дві півкулі головного мозку та оптимізувати взаємодію між ними).
2. Візуалізація (поступово реальний інструмент для лічби замінюється в дитячій уяві його аналогом, учні уявляють математичні вправи не у вигляді цифрових знаків, а як певне зображення кісточок на абакусі).
3. Пальцематика (дитина використовує пальці навіть тоді, коли рахує у розумі, уявно переставляє ними кісточки).

4. Вміння керувати власним мозком (діти, які пройшли курс підготовки з ментальної арифметики можуть одночасно виконувати математичні завдання в умі та проявляти інші свої вміння, наприклад, малювати, розповідати вірші, танцювати, читати тощо).

5. Підготовка до навчання (кожне заняття розпочинається з розминки та виконання вправ на гармонізацію двох півкуль головного мозку).

В ментальній математиці всього 10 рівнів складності. Ця технологія дозволяє учню опанувати просторове поняття про число та його склад. Під час занять діти отримують уявлення про те, що 1 – це одна нижня кісточка на першій спиці, 7 – це верхня кісточка (дорівнює 5) та дві нижні кісточки на першій спиці. Важливе значення має те, що діти можуть взаємодіяти з цифрами та числами за допомогою рук, тим самим розвивається дрібна моторика. Техніка лічби на абакусі двома руками стимулює слухові, зорові та тактильні відчуття, розвиває уяву та образне мислення.

1.3. Психолого-педагогічні основи формування розумових дій в курсі ментальної арифметики

Розглянемо етапи формування обчислювальних навичок з використанням курсу ментальної арифметики крізь призму теорії поетапного формування розумових дій (П. Гальперін).

Дії з виконання обчислень є розумовими діями, тому їх формування потребує строгої послідовності виконання етапів і властивостей дії. Це обумовлено тим, що наступна форма мислення утворюється на підставі попередньої [74].

На першому етапі при формуванні розумової дії вона виконується з речами як матеріальна. У ментальній арифметиці такий етап виконується відкладанням числа на рахівниці абакус.

На наступному етапі виконання дії у мовленнєвій формі після промовляння вголос виконується відтворення числа на абакусі, а також виконання арифметичних дій.

Перцептивний етап означає, що дія виконується з тими ж речами, що й на попередньому етапі. Проте учні виконують її без рук, при цьому речі розташовані перед очима. Цей етап у ментальній арифметиці означає, що учень не користується самим абакусом, а уявляє його або спостерігає його зображення. При цьому відбувається механічний рух пальців рук дитини, учні відтворюють рухи, які були сформовані на попередніх етапах.

У ментальній арифметиці не можна говорити про перехід до наступних етапів формування обчислювальних навичок. Це обумовлено тим, що на цих етапах дія мала б здійснюватися без зовнішніх опор, тобто без використання рук. У ментальній арифметиці рухи пальців є основною складовою процесу обчислень.

Спираючись на результати психолого-педагогічних досліджень П. Гальперіна, Н. Тализіної, М. Степанової, можна стверджувати, що розумова дія є сформованою, коли перевтілилася у внутрішнє мовлення і виконується учнем без зовнішніх опор [74]. У ментальній арифметиці такий процес не відбувається. Тому не можна говорити про перехід до наступних етапів формування обчислювальних навичок.

С. Скворцова, М. Бантова, Н. Істоміна вказують, що під час формування обчислювальних навичок високий ступінь оволодіння обчислювальними прийомами складається з ряду послідовних операцій. Вибір цих дій у кожному прийомі опосередковується теоретичними положеннями, які є його теоретичною основою [1].

Такою теоретичною основою для виконання обчислень у ментальній арифметиці є алгоритм пересування намистин, тобто правило виконання арифметичної дії на абакусі. Інших правил учні не застосовують. У тих випадках, коли при виконанні обчислень учні за традиційною методикою здійснюють заміну проміжної дії на готову відповідь, тобто вже сформована навичка, то у ментальній арифметиці учні уявно рухають пальцями рук для того, щоб не загубити проміжного результату.

Наприклад, у завданні $7 - 1 + 11 = 17$ операції виконуються послідовно. Про можливість застосування переставної властивості та використання більш раціонального способу обчислення мова не йде.

Наприклад: $7 + 11 - 1 = 7 + 10 = 17$.

М. Бантова вказала такі характеристики повноцінно сформованої обчислювальної навички (рис. 1.5) [6]. Такі характеристики, як правильність та міцність будуть характеризувати виконання операцій засобами ментальної математики. Це пояснюється тим, що щоденні вправи забезпечують безпомилкове виконання обчислень, високі результати та збереження навички протягом тривалого часу.



Рис. 1.5. Характеристики обчислювальної навички

При цьому інші характеристики при виконанні обчислень у ментальній арифметиці не проявляються (рис. 1.6).

усвідомленість

- здатність свідомо на основі одержаних знань обирати операції та встановлювати порядок їх виконання

раціональність

- обирати для цього випадку найбільш раціональний прийом з можливих операцій, які легше і швидше приводять до результату арифметичної дії

узагальненість

- здатність застосовувати прийом обчислення до найбільшої кількості випадків, тобто переносити прийом на нові випадки

автоматизм

- здатність виконувати операції швидко і у згорнутому виді

Рис. 1.6. Характеристики обчислювальної навички, які не проявляються у ментальній арифметиці

Тому повноцінна обчислювальна навичка не формується у методиці ментальної арифметики. Як бачимо, ментальна арифметика не переслідує завдання формування обчислювальної навички. Її завдання полягає у виконанні швидких усних обчислень, на зразок калькуляторних обчислень, тобто слід вважати, що калькулятор переміщується в уяву учня.

Це впливає і на можливість використання ментальної арифметики і сформованих тут навичок усних обчислень у повсякденному житті. [62]. При цьому обчислення потребують механічних дій руками, а також читання вірша, проте вірш залишається у розумовій сфері учня [1]. Тому коли є потреба виконати обчислення за умови, що руки зайняті, то їх виконати або важко, або зовсім неможливо.

Проте використання ментальної математики полегшує пошук ефективних методик запам'ятовування навчального матеріалу. Завдяки кодуванню нові знання закріплюються і переходять з короткочасної пам'яті у довгострокову. Тобто нейрофізіологічної точки зору, щоб засвоїти матеріал надовго необхідно провести асоціації між ним та іншими орієнтирами. Для

пояснення цього процесу фахівці з когнітивної психології (П. Браун, Г. Редігер, М. Макденіел) використовують термін «зачепити за гачок попередніх знань» [13]. Учені прийшли до висновку, що учень може засвоїти значну кількість нової інформації, якщо вона співвідноситься з тією, що вже здобута.

У роботах О. Лурії представлені нейрофізіологічна і психологічна основа процесу запам'ятовування. Науковець розділив методи запам'ятовування на дві категорії (рис. 1.7) [79].

Мнемотехніка

- в основі лежить вербально-логічне мислення

Ейдетика

- заснована на конкретно-уявному мисленні

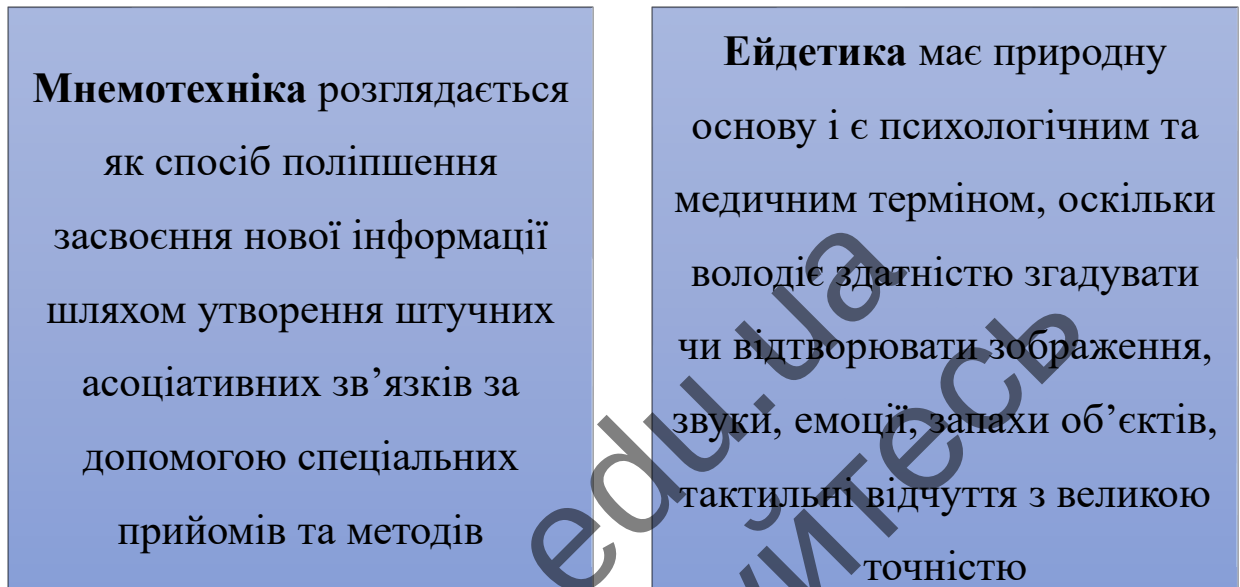


Рис. 1.7. Методи запам'ятовування

М. Зіганов, В. Козаренко стверджують, що мнемотехніка ґрунтується на процесі, коли учень в уяві поєднує декілька зорових образів, при цьому мозок фіксує певний взаємозв'язок та утворює новий нейронний зв'язок. У наступних діях під час пригадування певного образу з цього ряду асоціації мозок відтворює всі образи, які були раніше з'єднані [3].

Мнемотехніки вважаються ментальними інструментами. Вони використовуються для утримання значних обсягів нової інформації в пам'яті, при цьому в пам'яті зберігаються і орієнтири для швидкого знаходження цієї інформації [13].

Г. Чепурний виділяє такі типові проблеми у процесі обробки інформації (рис. 1.8) [79].

труднощі, які виникають при обробці логічно непов'язаної інформації

- послідовність цифр у ряду, телефонні номери, дати тощо

інтерференція

- витіснення попередньої інформації новою

відсутність раціонального повторення та закріплення

слабка мотивація

механічне запам'ятовування

- зазубрювання

низька концентрація уваги

відсутність певних навичок для полегшення процесу засвоєння інформації

Рис. 1.8. Проблеми у процесі обробки інформації

Мнемотехніка допомагає вирішити ці проблеми. Завдяки використанню мнемотехнік утворюються нові нейронні зв'язки, створюється ситуація успіху, яка стає основою для забезпечення високого рівня мотивації учнів до навчання.

Мнемотехніки за своєю структурою поділяються на прості та складні (рис. 1.9) [13].

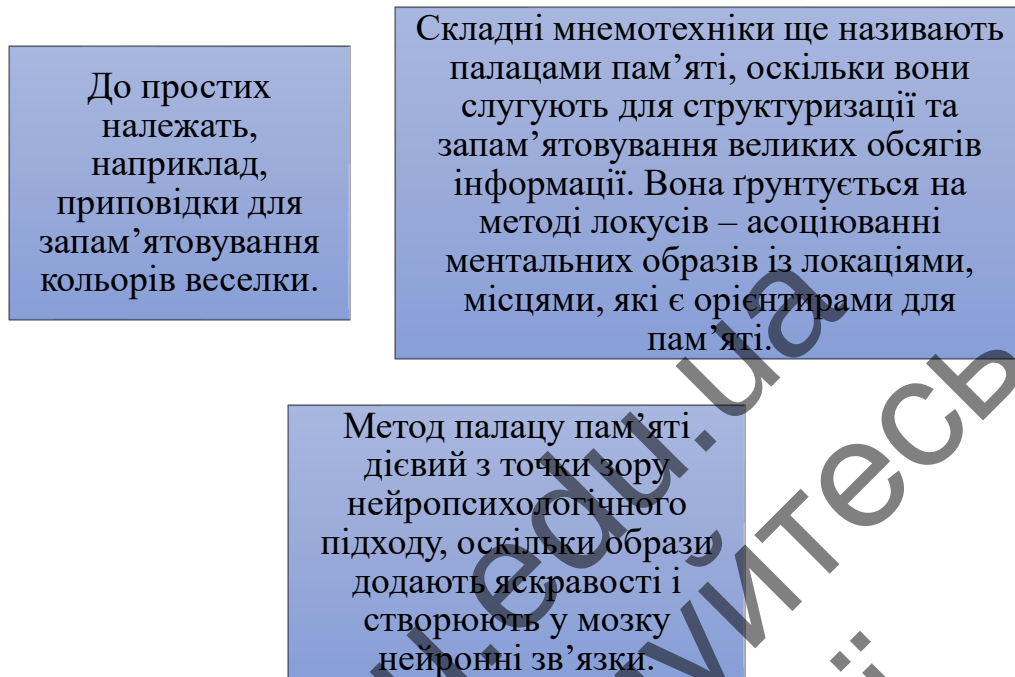


Рис. 1.9. Методи мнемотехнік

Мнемонічними методиками можуть бути пісні чи вірші, в яких кожен рядок має бути асоційований з образами. Це стає орієнтиром для зберігання матеріалу з пам'яті. Одним з прийомів мнемотехніки, який може використовуватися при формуванні обчислювальної навички, є метод цифрових гачків [13].

Це римована схема для запам'ятовування цифр від 1 до 20, які асоціюються з образами – словами, що з ними римуються. Наприклад: 1 – апельсин, 2 – айва, 3 – гітари, 4 – касири, 5 – зять, 6 – злість, 7 – грім, 8 – дім, 9 – пам'ять, 10 – сіножать. Після десяти до кожної цифри додаються слова “на рахунок один/два/ три...”. Тому, продовжуючи за аналогією: 11 – на рахунок один з’їж мандарин тощо.

У молодшому шкільному віці згідно психолого-педагогічних особливостей цього шкільного віку переважає мимовільне механічне

запам'ятовування. Отже, у процесі організації освітнього процесу слід використовувати цю особливість. Також у школярів цього віку переважає образне мислення, тому слід в освітньому процесі спиратися на емоційну (ефект успіху) та образну (малюнки, схеми) пам'ять [79].

Під час використання ментальної арифметики формування обчислювальних навичок має здійснюватися усвідомлено. Постійне використання мнемотехнік не є обов'язковим на кожному уроці. Проте ці техніки призначені сприяти збереженню та відтворенню інформації, зокрема за умови, що елементи матеріалу, який вивчається, не має логічних зв'язків. Окремі мнемотехніки можуть ефективно використовуватися у освітньому процесі на уроках математики. Тут вони допомагають переносити матеріал з короткотривалої у довгострокову пам'ять. Це забезпечує звільнення місця в пам'яті для іншого матеріалу, сприяє встановленню міжпівкульної взаємодії, утворенню стійких нейронних зв'язків. Такі процеси загалом підвищують рівень якості когнітивних процесів.

Натомість, за визначенням О. Лурії прийоми ейдотехніки (ейдетики) не мають нічого спільного з логічною мнемотехнікою [3]. Л. Виготський визначив ейдетику як новий напрям психології і назвав її вченням про суб'єктивні наочні образи, що спостерігаються у дітей і підлітків у певній фазі їх розвитку. Як виняток, вони також можуть зберігатися і у дорослих. Ейдетиками (грец. ейдон бачу або ейдос образ, картина, ідея) психологи називають людей, що володіють здатністю викликати наочні образи. Суть феномена ейдетизму полягає у тому, що людина, якій він притаманний, має здатність “бачити” в буквальному сенсі на порожньому екрані відсутню картину або предмет, який перед тим був перед її очима [17].

В основі ейдетики лежить інерція нервового збудження, яка триває і після того, як безпосередній подразник, що впливає на око, прибраний. У цьому полягає нейропсихологічна сутність процесу. Важливою для нашого дослідження стала думка Л. Виготського щодо перспектив педагогічного застосування ейдетичних досліджень. Зокрема, це стосується заперечення щодо побудови навчального процесу, побудованого тільки на логічному засвоєнні знань і необхідності врахування вікових особливостей учнів та ейдетично-образного характеру їх пам'яті і мислення. Вчений відводить ейдетичі роль перспективного педагогічного напрямку [17].

У сучасних дослідженнях, присвячених технологіям запам'ятовування, засновника української школи ейдетики “Мнемозина” доктора педагогічних наук, професора Є. Антощука знаходимо підтвердження тому, що сприйняття та запам'ятовування інформації є кращим, коли опирається на образи [4].

Застосування технологій мнемотехніки та ейдетики при організації обчислювальної діяльності молодших школярів також узгоджується з низкою нейропсихологічних досліджень. На основі сучасних досліджень з нейропсихології та біології (Р. Мачинська, Є. Крупська, Т. Скороходова) було встановлено, що у молодшому шкільному віці інтеграційна діяльність мозку характеризується відсутністю чіткої регіональної і півкульної спеціалізації кори великих півкуль у процесі виконання діяльності і на цей час припадає структурне дозрівання нейронного апарату кори великих півкуль і до 6 років в дитини відбуваються суттєві зміни структурної організації локальних нейронних мереж зорової області кори. Зокрема, було виявлено, що у дітей від 7 до 10 років виявляється перевага правої півкулі при виконанні зорово-просторових завдань [4].

Дослідження Д. Малишева підтвердили взаємозв'язок нейропсихологічних параметрів пам'яті з такими психофізіологічними функціями, як зорове сприйняття, мовлення, довільна увага, що свідчить про інтегративний характер цієї пізнавальної функції, особливо значущим на початковому етапі шкільного навчання [51].

Особливої значущості потреба у довільному запам'ятовуванні набуває у освітньому процесі у початковій школі та у 5-6 класах. Саме у цей період відбувається розвиток довільної пам'яті. Вона під контролем свідомості при наявності вольових зусиль формується у вигляді постановки мети через використання спеціальних прийомів мнемотехніки [51].

М. Безруких стверджує, що найважливішим аспектом, що забезпечує довільне запам'ятовування, є утворення в учнів регуляторних мозкових механізмів. Ці механізми полегшують здійснення операцій з відбору, осмислення і збереження матеріалу. Здійснюється при цьому і перехід пам'яті на новий рівень від безпосереднього запам'ятовування, властивого молодшим учням, до опосередкованого запам'ятовування через конкретні смислові завдання. Така освітня діяльність вимагає освоєння нових прийомів запам'ятовування, які ґрунтуються на осмисленні матеріалу, а не формальному повторенні [1].

Як відомо, чим більше органів чуття задіяні в процесі пізнання, тим швидше розвивається інтелект дитини. Як зазначалося раніше, робота з абакусом спрямована на одночасний розвиток двох півкуль головного мозку. Відомо, що права півкуля відповідає за уяву, образне мислення, творчість, емоції, здатність орієнтуватися в просторі, відрізнити кольори, чути музику та ін. Права півкуля розвивається під час безпосереднього контакту з певним предметом, тому під час занять в центрах ментальної арифметики тренуються різні центри сприйняття інформації: слуховий, сенсорний, образний. Ліва півкуля відповідає за мовлення, аналітичні здібності (логіку), точність виконання математичних операцій тощо. Робота лівої півкулі повністю залежить від сприйняття інформації правою півкулею. Зрозуміло, що діти не зможуть виконувати математичні операції поки не вивчать числа та їх склад. Розвиток взаємозв'язків між двома півкулями головного мозку дозволить дитині підійти до вирішення завдань з різних боків: аналітичного та творчого. Якщо правильно тренувати мозок, то ці зв'язки стають

міцнішими. Внаслідок цього мислення стає більш гнучким, а його можливості розширюються.

Результати аналізу досліджень вітчизняних науковців засвідчили позитивний вплив ментальної арифметики на розвиток мозку дитини. Завдяки вправам, які входять до змісту курсу ментальної арифметики, відбувається залучення великої кількості ділянок мозку дитини до виконання завдань, що позитивно впливає на інтелектуальний розвиток дитини. З іншого боку, ейдетика та мнемотехніка активно використовуються педагогами у процесі формування математичного розвитку дошкільного та молодшого шкільного віку дитини, однак їх повсякчасне застосування при вивченні більш складних математичних понять (усних і письмових обчислень) вимагає залучення ще й інших засобів.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ МЕНТАЛЬНОЇ АРИФМЕТИКИ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ НАВИЧОК УЧНІВ

2.1. Аналіз досвіду використання елементів ментальної арифметики на уроках математики

Зміни освітніх стандартів зумовили розвиток інноваційних процесів та модернізацію шкільної освіти, яка передбачає покращення якості освітніх послуг та впровадження нових методів і прийомів навчання. Якщо раніше головним завданням ЗДО була передача комплексу знань та вмінь, то сьогодні велика увага приділяється ще й пошуку ефективних технологій впливу на особистість дитини. Важливе місце в даному контексті належить впровадженню в навчально-виховний процес педагогічних інновацій. Використовуючи їх в своїй професійній діяльності, педагог має на меті підвищити ефективність та результативність засвоєння вихованцями навчального матеріалу та формування у них комплексу важливих життєвих умінь та навичок [19].

Зміст використання елементів ментальної арифметики на уроках математики аналізувався за різними наявними робочими зошитами з друкованою основою, які дещо різняться за оформлення та наповненням, однак схожі за загальним підходом до викладання [77].

Узагальнення матеріалу таких робочих зошитів дає зробити висновок, що методичний комплект представлений такими завданнями:

- запис (викладання) цифр на абакусі та їх стирання;
- вправління у дрібній моториці обох рук (обведи малюнок обома руками);
- встановлення відповідності між кількістю, цифрою та зображенням на абакусі;

- відтворення числа на абакусі після промовляння уголос (дитина спочатку голосно і швидко читає числа, записані у рядок, а потім вчитель читає ці числа, а дитина відкладає їх на абакусі; вчитель слідує, чи дитина використовує правильні пальці; діти пишуть числа, витирають їх і знову повертаються до виконання завдання);
- тренування за допомогою таблиць Шульте (їх метою є відшукування числа у порядку їх зростання, не промовляючи вголос; вони потрібні для тренування темпу сприйняття інформації і для отримання високої продуктивності роботи);
- виконання/віднімання додавання у межах 9, а згодом і вищих розрядів;
- виконання дій множення та ділення [77].

Слід зазначити, що дії додавання та віднімання розкриваються не з точки їх теоретичної суті, а практичної значущості. Автори комплектів зазначають: якщо дитина не знає, що це таке, то її слід познайомити зі знаком “+” і розповісти, у яких випадках він використовується, а потім безпосередньо переходить до роботи на абакусі. Навчання розпочинається з промовляння уголос завдання – пишемо одну намистину і додаємо ще одну намистину, одержуємо дві намистини тощо [77].

Одним із інноваційних засобів навчання під час навчання ментальної арифметики виступає LEGO-конструювання. Конструктивна діяльність є доволі складним пізнавальний процес, який стимулює інтелектуальне становлення учня. Під час роботи з конструктором у дітей розвивається дрібна моторика, всі психічні процеси, логіка, творчі здібності, засвоюються математичні знання про форму, розмір, кількість, довжину, висоту, симетрію, пропорції [38, с. 94-96]. Граючись з LEGO, вихованці вивчають числа, конструюючи їх із деталей конструктора, вчать лічбі, дуже легко засвоюють поняття про дробі та співвідношення «більше-менше». Так, використовуючи математичну залізницю LEGO-Education діти знайомляться з числами та їх порядком, вчать рахувати. Кожен вагончик має свій порядковий номер. В процесі ігрової діяльності школярі починають розуміти,

що певний вагончик завжди приходить останнім. Для кращого розуміння кількісних співвідношень до кожного вагончика можна покласти різну кількість блоків відповідно до того, яка цифра на них вказана. На даному прикладі можна показати, наприклад, наскільки «7» більше за «3», наскільки «4» менше за «9» тощо [24].

Доведено, що найбільше труднощів під час навчання математики у 5-6 класах викликають саме кількісні відношення та арифметичні операції. Ефективним засобом знайомства учнів із числом та його складом виступає доміно. Воно буває декількох видів:

- 1) предметне, на якому зображені різні рослини, тварини, транспорт, овочі та ін.;
- 2) математичне, яке забезпечує закріплення геометричних та арифметичних уявлень;
- 3) логічне, яке спрямоване на розвиток логічної сфери.

Сутність гри з предметним доміно полягає в тому, щоб знайти дві пластини з однаковою кількістю зображень на одній зі сторін та з'єднати їх. В процесі гри з математичним доміно учні вчаться визначати кількість предметів (геометричних фігур) і зіставляти їх з відповідними цифрами та числами, виконувати арифметичні дії, будувати власну стратегічну лінію. Існує багато варіантів «Логічного доміно», які містять різні завдання. Для більшої ефективності засвоєння математичної інформації та вдосконалення логічних прийомів мислення Тарнавська Н. радить під час гри в доміно поступово ускладнювати завдання, збільшувати кількість ігрових елементів та темп гри (від звичайної гри до гри-змагання) [35].

Серед педагогічних інновацій широкої особливої популярності в сучасних ЗЗСО набувають методи ейдетики. Під поняттям «ейдетика» розуміють здатність людини детально відтворювати різні візуальні образи, які не сприймаються в даний момент її зоровими аналізаторами. Основою ейдетизму виступає образна пам'ять, а методи ейдетики спрямовані на розвиток асоціативно-образної пам'яті, уяви, уваги, спостереження,

мовлення, а також на скорочення часу засвоєння інформації та на збільшення терміну її зберігання в пам'яті. Доведено, що ейдетика гармонізує роботу лівої (логіка) та правої (образне мислення, творчість) півкуль головного мозку, тим самим сприяє інтелектуальному становленню дитини, розвиває в неї такі якості, як ініціативність та самостійність, підвищує результативність навчання, і як наслідок, самооцінку учня [64].

Японські вчені довели, що найактивніше мозок дитини розвивається в період з 4 до 12 років. В цей час нова інформація засвоюється швидше, а набутті знання залишаються в пам'яті надовго [39]. Фахівці Академії розвитку інтелекту «Smartum» та Школи усної лічби «Соробан» радять починати займатися ментальною арифметикою з 5 років із періодичністю занять один раз на тиждень. Враховуючи специфіку дитячої пам'яті та уваги, які потребують постійного тренування, педагоги закладів раннього дитячого розвитку наголошують на доцільності щоденного повторення пройденого матеріалу вдома через використання спеціальних онлайн-тренажерів та розв'язання різних математичних завдань. Середня тривалість домашнього тренування не повинна перевищувати 20-30 хвилин. Як переконує педагогічна практика, щоденне тренування дозволяє:

- сформувати у старших дошкільників спеціальні навички вирішення інтелектуальних завдань, які добре закріплюються в пам'яті;
- розвинути когнітивні здібності, зокрема, пам'ять, увагу, мислення;
- сформувати у дітей навички роботи з інформацією (аналізувати, робити самостійні висновки, реалізовувати власні цілі, шукати нестандартні шляхи вирішення завдання);
- навчити дошкільників мислити, висловлювати власну точку зору та аргументовано відстоювати її істинність;
- активізувати розумову діяльність;
- виховати у дітей такі якості, як дисциплінованість, відповідальність та самоорганізація;
- покращити самооцінку та підняти успішність.

Батьки, в свою чергу, повинні дотримуватися індивідуального графіка навчання дитини вдома, організувати для неї комфортний освітній простір, підтримувати її пізнавальний інтерес. Для підвищення ефективності домашніх тренувань педагоги рекомендують проводити їх кожного дня в той самий час. В цілому, на саморозвиток бажано витратити не менше 5 годин на тиждень [59,61].

Заняття з ментальної арифметики проходять в цікавій ігровій формі, з постійною зміною видів діяльності та завдань. Абакус діти сприймають як іграшку. Більшість часу вони займаються різними способами лічби: вголос, використовуючи спеціальні карточки з завданнями; біля дошки, на великому демонстраційному абакусі; на ментальній флеш-карті (графічне зображення абакуса, за допомогою якого діти навчаються уявно переставляти кісточки); на інтерактивному тренажері (анзан).

Паралельно з лічбою існують також додаткові завдання, які спрямовані на розвиток пам'яті, уваги та мислення (одночасне малювання двома руками, вирішення головоломок, робота з таблицями Шульте тощо) [67].

Спочатку учні вчать працювати з абакусом, писати числа, після цього переходять до використання формул. Наступним етапом є усна лічба або лічба на ментальному рівні. Кожне заняття організовано так, щоб поступово послаблювати прив'язку дитини до абакусу та розвивати її уяву. З часом, учень починає уявляти абакус та може здійснювати математичні розрахунки за допомогою уявного переставляння кісточок вказівним та великим пальцями. Для досягнення максимального позитивного результату фахівці радять навчатися за даною методикою близько 2-3 років. [67, с. 84; 59, с. 9].

Серед випускників розвиваючих центрів з ментальної арифметики Китаю, Індії, Іорданії та США були проведені масштабні дослідження щодо результативності існуючої методики. Експериментальні дослідження Вострецової Н. та Красовської І. також показали позитивну динаміку в розвитку логічного мислення та математичних здібностей у вихованців після проходження навчання за методикою ментальної арифметики. Взагалі

кажучи, вчені визнають, що внаслідок систематичних занять зростають показники успішності не лише в математиці, а й з інших дисциплін, покращується зорова, слухова та візуальна пам'ять, зростає концентрація уваги та інтелектуальні показники дитини. Крім того, фіксується покращення самооцінки та емоційного стану.

Дослідники відзначають, що після закінчення даного курсу діти навчилися:

- швидко рахувати про себе;
- розв'язувати арифметичні задачі;
- відрізняти, групувати та порівнювати геометричні фігури за декількома ознаками;
- концентрувати увагу на розв'язуванні певних завдань;
- знаходити декілька шляхів розв'язання задачі;
- орієнтуватися в просторі та часі;
- ділити фігури на частини та збирати їх з окремих елементів;
- малювати по пам'яті та по голосу;
- працювати з різними конструкторами;
- продовжувати логічні ряди цифр, логічно формулювати висновки, вирішувати математичні загадки, головоломки та ребуси [39].

Переважна більшість батьків учнів, які пройшли курс навчання за методикою «Ментальна арифметика» в школі усної лічби «Соробан» та в Академії розвитку інтелекту «Smartum», також відмітили позитивні зміни в психічному та інтелектуальному розвитку своїх дітей. Батьки вказали на підвищення успішності, уважності, зосередженості, зібраності та організованості у дітей, а також звернули увагу на покращення пам'яті, вдосконалення математичних, аналітичних та різних творчих здібностей [59,61].

Отже, як показали експериментальні дослідження та педагогічна практика, методика «Ментальна арифметика» позитивно впливає на розвиток всіх психічних процесів, зокрема, візуально-просторового мислення, творчих

здібностей, формування логіки та взагалі математичної компетентності у дітей. Завдяки систематичним заняттям покращується взаємодія між правою та лівою півкулями головного мозку, що дозволяє учням знаходити декілька варіантів вирішення проблемної ситуації. Після закінчення курсу навчання у більшості вихованців спостерігається підвищення інтелектуального рівня, успішності, зібраності та організованості.

Інноваційні технології ментальної арифметики дозволяють зробити навчання максимально ефективним і цікавим. Педагогічна практика переконує в тому, що використання цієї методики сприяє розвитку дрібної моторики, уяви, уваги, фантазії, пам'яті, мовлення, всіх видів мислення, зокрема, й логічного, а також формуванню математичної компетентності та розкриттю творчого потенціалу кожної дитини

2.2. Розробки застосування технології ментальної арифметики для формування обчислювальних навичок в учнів

Для підтримання інтересу до математики і створення позитивних емоційних ситуацій на уроці, вчитель має ознайомити учнів саме з раціональними прийомами усного обчислення. Досконале володіння цими прийомами деякою мірою є своєрідним мистецтвом усної лічби.

Усний рахунок є невід'ємним елементом формування математичної компетентності школярів. У 5-6 класах на усний рахунок обов'язково слід відводити 5-7 хвилин уроку. Починаючи з п'ятого класу, ми привчаємо учнів більшість обчислень робити усно. Усні вправи використовуються як підготовчий етап при поясненні нового матеріалу, як ілюстрація до вивчених правил, законів, а також для закріплення і повторення вивченого. Їх можна розділити на такі види.

1. Умова вправи сприймається на слух, і після її виконання учні нічого не записують.

2. Учні читають умову вправи, а розв'язують задачу усно і записують чи повідомляють результат.

3. Учні, розглянувши рисунок і коротку умову задачі, надають відповідь.

4. Учні усно обчислюють і доповнюють малюнки, зроблені на дошці чи на картці для індивідуальної роботи (як індивідуально, так і при роботі в групах).

Диференційований підхід під час усного рахунку сприяє мобілізації уваги й спонукає до активної участі в роботі всіх учнів. Учні з початковим рівнем навчальних досягнень можна запропонувати виконати завдання за зразком. У процесі групової роботи учні можуть самостійно обирати завдання відповідно до своїх здібностей.

Розглянемо тематичне планування для технології ментальної арифметики для формування обчислювальних навичок в учнів на уроках математики.

Тематичне планування для технології ментальної арифметики

Тема 1. Ознайомлення з ментальною арифметикою. Абакус та його конструкція: «брати» та «друзі». Правила пересування бусинок, використання великого та вказівного пальців.

Тема 2. Ознайомлення з числами 1-4 на абакусі. Вивчення цифр 1-4 на абакусі. Додавання та віднімання на абакусі чисел 1-4. Вивчення чисел 5-9 на абакусі. Додавання та віднімання на абакусі чисел 5-9. Виконання завдань на просте додавання та віднімання в межах 1-9.

Тема 3. Набір чисел від 10 до 99. Визначення чисел з абакуса. Виконання вправ на просте додавання та віднімання в межах 10-99.

Тема 4. Набір трицифрових чисел від 100 до 999 на абакусі. Визначення чисел з абакусу в межах 100-999. Просте додавання не більше 100-999. Розв'язування прикладів на просте додавання в межах 100-999. Просте віднімання в межах 100-999. Розв'язування прикладів на просте віднімання в

межах 100-999. Виконання вправ на просте віднімання та додавання в межах 100-999.

Тема 5. Додавання з 5 методом «Допомога брата». Формули додавання чисел 1-4. Базові вправи на додавання з 5. Розв'язування прикладів додавання методом «Допомога брата». Віднімання з 5 методом «Допомога брата». Формули віднімання чисел 1-4. Базові вправи на віднімання з 5. Виконання прикладів методом «Допомога брата». Додавання та віднімання з 5 методом «Допомога брата». Розв'язування прикладів на додавання та віднімання з 5 методом «Допомога брата»:

- формула додавання з 5: $+1=+5-4$ і базова вправа до неї: $4+1$;
- формула додавання з 5: $+2=+5-3$ і базова вправа до неї: $3+2$, $4+2$;
- формула додавання з 5: $+3=+5-2$ і базова вправа до неї: $2+3$, $3+3$, $4+3$;
- формула додавання з 5: $+4=+5-1$ і базова вправа до неї: $1+4$, $2+4$, $3+4$, $4+4$;
- формула віднімання за допомогою 5: $-4=-5+1$ і базова вправа до неї: $5-4$, $6-4$, $7-4$, $8-4$.

Тема 6. Додавання з 10 методом «Допомога друга». Формули додавання чисел 1-9. Базові вправи на додавання з 10. Розв'язування прикладів на додавання з 10 методом «Допомога друга». Віднімання з 10 методом «Допомога друга». Формули віднімання з 10 методом «Допомога друга». Базові вправи на віднімання з 10. Розв'язування прикладів на віднімання з 10 методом «Допомога друга». Виконання завдань на додавання та віднімання з 10 методом «Допомога друга».

- формула додавання з 10: $+9=+10-1$ і базова вправа до неї: $1+9$, $2+9$, $3+9$, $4+9$, $6+9$, $7+9$, $8+9$, $9+9$;
- формула додавання з 10: $+8=+10-2$ і базова вправа до неї: $2+8$, $3+8$, $4+8$, $7+8$, $8+8$, $9+8$;
- формула додавання з 10: $+7=+10-3$ і базова вправа до неї: $3+7$, $4+7$, $8+7$, $9+7$;
- формула додавання з 10: $+6=+10-4$ і базова вправа до неї: $4+6$, $9+6$;

- формула додавання з 10: $+5 = +10 - 5$ і базова вправа до неї: $5+5, 6+5, 7+5, 8+5, 9+5$;
- формула віднімання за допомогою 10: $-9 = -10 + 1$ і базова вправа до неї: $10-9, 11-9, 12-9, 13-9, 15-9, 16-9, 17-9, 18-9$;
- формула віднімання за допомогою 10: $-8 = -10 + 2$ і базова вправа до неї: $10-8, 11-8, 12-8, 15-8, 16-8, 17-8$.

Тема 7. Багатозначні числа. Просте додавання та віднімання багатозначних чисел. Додавання та віднімання багатозначних чисел з 5 і з 10, методами «Допомога брата», «Допомога друга», комбінованим методом.

В результаті засвоєння програми учні повинні:

- мати елементарне уявлення про ментальну арифметику, про абакус та його конструкції (брати та друзі);
- знати правила пересування бусинок (цифри від 0 до 9), використання великого та вказівного пальців;
- вміти правильно використовувати обидві руки під час роботи з абакусом;
- вміти набирати числа (1-10000) на абакусі;
- освоїти просте додавання та віднімання на абакусі;
- засвоїти метод складання та віднімання «Допомога брата» на абакусі;
- освоїти метод складання та віднімання «Допомога друга» на абакусі;
- освоїти комбінований метод складання та віднімання;
- мати конкретні уявлення про склад багатозначних чисел;
- вміти оперувати багатозначними числами на абакусі.

Прогнозованими результатами проходження програми є підвищення рівня обчислювальних навичок учнів, покращення успішності, підвищення пізнавальної активності, розвиток інтелектуальних та творчих здібностей, а також можливостей сприйняття та обробки інформації за допомогою навчання рахунку на абакусі.

При навчанні за запропонованою програмою використовуються такі методи навчання (за характером пізнавальної діяльності згідно класифікації І.Я. Лернера, М.М. Скаткіна):

- пояснювально-ілюстративний метод (педагог повідомляє нову інформацію у формі лекції, а учні її сприймають, усвідомлюють та фіксують у пам'яті);
- метод проблемного викладу (перехідний від виконавчої до творчої діяльності);
- частково-пошуковий метод (учні самостійно виявляють проблему, формують ідеї);
- дослідницький метод (передбачає творчий пошук знань та інформації).

Усе різноманіття застосовуваних під час реалізації програми методів можна поєднати в наступні смислові групи:

- 1) словесні методи навчання;
- 2) методи практичної роботи;
- 3) наочний спосіб навчання.

Використання різних методів варіюється протягом навчального процесу, застосування методів залежить від контингенту учнів, поставлених цілей та завдань конкретного заняття.

Моніторинг проводиться після кожного рівня рахунку на швидкість:

- високий рівень (учень говорить відповідь протягом 5 секунд),
- середній рівень (учень говорить відповідь протягом 6 -7 секунд),
- низький рівень (учень говорить відповідь протягом 8 секунд і більше).

При реалізації програми використовуються такі педагогічні технології:

- технологія групового навчання - для організації спільних дій, комунікацій, спілкування, взаєморозуміння та взаємодопомоги;
- технологія диференційованого навчання - застосовуються завдання різної складності в залежності від інтелектуальної підготовки учнів;

- технологія проблемного навчання - для творчого засвоєння знань, поетапного формування розумових процесів, активізації різних операцій мислення;

- технологія проектної діяльності – для розвитку дослідницьких умінь; досягнення певної мети; вирішення пізнавальних та практичних завдань; придбання комунікативних умінь під час роботи у групах;

- інформаційно-комунікаційні технології - застосовуються для розширення знань, виконання завдань, створення та демонстрації презентацій на заняттях, проведення діагностики та самодіагностики;

- технологія ігрової діяльності.

За дидактичним призначенням усні вправи можна розділити на такі три групи: вправи для актуалізації опорних знань; вправи для сприйняття й свідомого осмислення матеріалу; вправи на застосування набутих знань. Вправи першої групи вчитель може використовувати перед поясненням нового матеріалу, їх можна вважати підготовкою до сприйняття теоретичного матеріалу, вони полегшують вивчення нових понять, тверджень, властивостей. Вправи другої групи сприяють глибокому усвідомленню вивченого матеріалу, допомагають учням засвоїти ту або іншу тему. Такі вправи доцільно використовувати після пояснення нового матеріалу. Вправи третьої групи дають можливість застосовувати набуті знання. Виконання таких вправ сприяє формуванню умінь і навичок, розвиває логічне мислення, творчі здібності.

Наведемо приклад фрагменту уроку математики з використанням ментальної арифметики.

Розробка уроку

Програмовий зміст:

- закріплювати знання дітей чисел від одного (до чотирьох) на рахівниці-абакусі; вміти виставляти позиції чисел 1,2,3,4;
- вчити виконувати вправи на додавання в межах 4 на абакусі і відповідно на демонстраційній дошці;

- продовжувати ознайомлювати із загальними властивостями чисел натурального ряду, що числа можна утворити за додавання одиниці до попереднього (в межах 4);
- закріплювати поняттями «додати», «дорівнює»; працювати з ускладненнями;
- розвивати математичну уяву та мислення дітей, а також увагу дітей до слів дорослого і математичну пам'ять; виховувати у дітей вміння слухати і бути уважним під час заняття.

Матеріал і обладнання:

великі зображення «Рахуємо до десяти», «Полічи предмети»; знаки «+» та «-», «=», цифри від 1-10, посібник з ментальної арифметики, друдли, каринки-розвантаження емоційного стану (смайли), смайли ігрові, абакуси роздаткові, зошити для роботи з абакусом.

Хід заняття

1.Вправа «Асоціації» - на компютері.

Додавати в межах 5.

1+1, 1+2, 3+1, 4+0

2+1, 2+2, 4-0

3+1, 3+0.

Віднімати в межах 5. +5 – 5, +4-4, +3-1, 2-1, 1-0.

Приклади на додавання в межах 9: +5+1, +6+1, 7+1, 8+1, 9+0.

Віднімати в межах 9.

9-1, 8-1, 7-1, 6-1, 5-5.

2. Робота з комп'ютерною програмою за рівнями.

Швидкість 3, тема – «Прості числа», цифри від 1 до 5.

5	4	7	9	1	5	8	Время
2	7	3	4	8	1	6	
9	4	5	1	3	7	2	
7	3	8	4	5	1	6	
							

Приклади для рахування

$$71+11-82+62-12-50+77$$

$$66-11-55+72+17-38+27$$

$$19+60-64+34-18+17-28$$

$$83-62+13+55-57+17-15$$

$$66-55+77-25+26-61+21$$

$$32+51-13-50+11+58-68$$

$$22+56-57+12+15-41+71$$

$$35+52-25+15-16-61+82$$

$$89-21-11+32-16-53-20$$

$$73+15-88+74-63+35-46$$

$$47-46+77-78+47-31+21$$

$$58+21+10-28+23-61+21$$

$$31-21+31-21+62-11-61$$

$$42-41+15+31-16+56-71$$

$$19-15+85-36+11+25-56$$

$$27+51+11-38+33-21+16$$

$$19+60-75+55+20+10-39$$

$$57+32-84+61-66+19+30$$

$$65+23-77+52+21-73+77$$

$$23+66-81+31-26+55-65$$

84-51-33+21+12+55-21	35-15+14+55-79+57-11
19+20+50-85+35-19+51	15+33-36+16+51-13-15
71-61+55-65+79-63+62	68-51+62-16+25-66+27
57+21-13-15+18+11-78	29+50-29+39-14-25+22
72-21+28+10-33+11-57	71-21+37-82+71-21+34
73-21-52+33+51-14+11	39-18-21+18+31-36+25
21+15+12-41+42-36+76	63-61+36-17-11+14+25
19+60-22+11-17+36-12	19-15+85-63+12+51-62
62+16-73+22-26+81-21	26+52+73+11+62+11-21
64+15-17+16+11-73+31	83-81+22+25-49+43-41
	34+15-18+13-33+38-26
88-72+63-19-60+83-12	66-11+22-27+17-15+11
81-71+15+53-25+15+21	23-22+37+51-52-26+35
78-15-63+86-35+16-17	45-35+78-53-25+28+11
79-58+28-22+11-15+66	14+75-73+61-75+16+11
41-21+62-31-51+27-17	54+25-69+21+55-76+37
86-51-25+52-61+47-13	75+13-86+77-19-50-10
17+22+10-17+12-24+10	32-12-20+68+21-66-11
85-35-50+32-11-21+59	73+11-12+15-57-20-10
86-75+31-42+84-74-10	29+60-32+21-68+65+12
25+53-61-15+45-41+71	51+16-56+37-13+53-37
	27+62-89+73-12-51+23
86-56-10+21-11+18-16	77-21+13-66+76-11-56
28+61-56-21+56+21-85	
68-67+37-36+47-16+56	28-17+72-51-21+36-35
68-61+11+51-64+82-22	63-12+33-54+55-25+14
61-11-50+75-15+18-77	44-22+17-27+17+60-54
76-16-60+22+21-12+17	25+22-36-11+66+12-73
72-52+23-41+85-72+73	53-52+47-48+13+55+21

$$34-33+57+31-15-51+61$$

$$62+25-16-21+29-63+72$$

$$55+24-54+23-11+51-13$$

$$67-55+11+55-77+38+10$$

$$58-56+66+11-61+51-62$$

3. Робота з інноваційної технології КРОССЕНС (ментальної арифметики, методика усного рахування).

Робота в зошиті з ментальної арифметики.

- виконувати вправи на додавання в межах 4 на абакусі і відповідно на демонстраційній дошці;
- $1+0$; $1+1$; $1+2$; $1+3$; $2+0$; $3+0$; $4+0$.



1. Оцінка роботи учнів (смайлики).



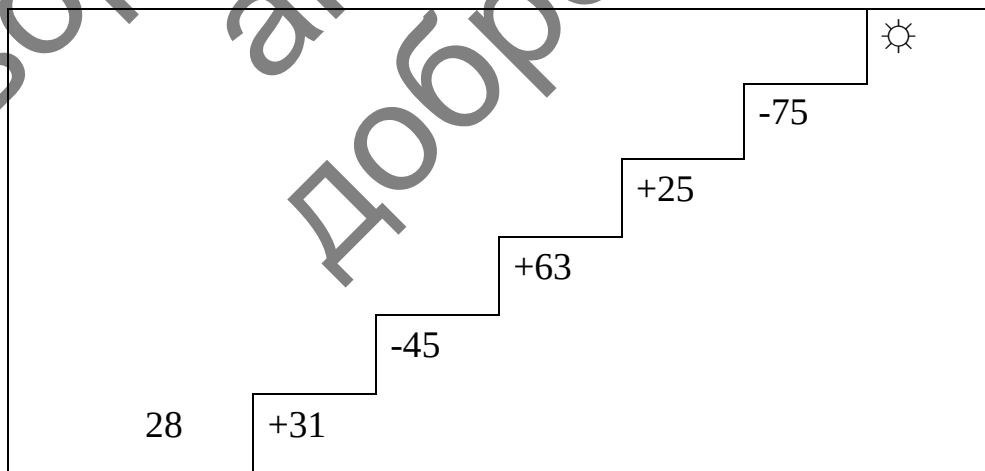
Фрагмент уроку усне додавання двоцифрових чисел з переходом через десяток

I. Математична розминка.

1. Хвилинка краснопису.

– Напишіть 10 чисел, кожне з яких, починаючи з третього дорівнює сумі двох попередніх. Перші два числа ряду 1 і 2 (1 2 3 4 5 6 12 20 32 52 84).

2. Усний рахунок (за таблицею “Математичні східці”).



Учні розв’язують приклад $28 + 31$. Результат записується на сходинці вище.

II. Математичний диктант. Індивідуальні завдання на картках.

Кілька учнів одержують індивідуальні завдання на картках.

- а) Виконати дії письмово: $37 + 48$ $63 - 39$
 б) Знайти: $65 - a$, і $65 + a$, якщо $a = 30$
 в) Порівняй: $15 - 8$ і $18 - 10$

Решта учнів виконують математичний диктант.

Завдання для диктанту

Запишіть як суму розрядних доданків числа: 46, 75, 31, 19.

Обчисли значення виразів і запиши тільки відповідь:

Різницю чисел 21 і 10 збільшити на 15;

Суму чисел 30 і 23 зменшити на 3;

Від 50 відняти різницю чисел 25 і 5;

До 6 додати суму чисел 16 і 4.

III. Усний рахунок

$30 + 40$	$60 + 20$	$30 + 30$	$10 + 60$
$70 + 13$	$80 + 19$	$60 + 15$	$70 + 11$
$20 + 4 + 60 + 5$	$30 + 8 + 40 + 9$		

60 +	<table border="1"><tr><td>17</td><td>13</td><td>1</td></tr></table>	17	13	1	7 +	<table border="1"><tr><td>4</td><td>8</td><td>9</td></tr></table>	4	8	9
17	13	1							
4	8	9							

2.3. Обґрунтування та аналіз проведеного експерименту

Експеримент проводився на базі школи м. Бориспіль в 5-х класах.

Мета дослідження: вивчити рівень сформованості обчислювальних навиків та вмінь учнів 5-х класів з математики в контексті застосування ментальної арифметики.

Для експерименту було обрано два класи (5-А та 5-Б), один із яких (5-А) визначався як контрольний, інший (5-Б) – як експериментальний. Протягом 2021-2022 навчального року з учнями 5-Б класу на уроках математики виконувались вправи та завдання з ментальної арифметики для вдосконалення та розвитку обчислювальних навичок. Також формувалися раціональні способи виконання арифметичних дій, відбувалося поглиблене вивчення особливостей дій множення та ділення, здійснювалося проведення нестандартних уроків, на початку кожного уроку приділялась увага виконанню усних обчислень. У той же час контрольний клас навчався за традиційною найбільш поширеною навчальною програмою.

Наприкінці навчального року в обох класах для виявлення результатів було проведено тестування. Учні у поставлених завданнях виконували усні обчислення. Проаналізувавши результати тестування, можемо стверджувати, що учні контрольного класу майже не використовують раціональні способи усних обчислень. Натомість в експериментальному класі, де учні протягом року удосконалювали обчислювальні навички та вміння, учні набагато швидше та з меншою кількістю помилок виконали тестування.

Тестування свідчить, що увага вчителів математики зосереджена на правильності виконання учнями операцій із числами. Проте завдання вчителя:

- навчити учнів шукати елементарні способи оволодіння арифметичною операцією,
- показати нестандартні прийоми використання ментальної арифметики,
- розвивати в учнів логічне мислення, спостережливість при роботі з числами,
- розвивати інтерес до вивчення математики,
- навчити учнів здійснювати певні відкриття,
- навчити учнів робити самостійні висновки щодо послідовності виконання дій над числами.

Тому під час уроків з математики не слід встановлювати певні шаблони для виконання завдання, учень сам має в процесі навчання зробити логічний висновок щодо певних закономірностей. Тоді вчитель може бути впевненим у якісному оволодінні учнями навчальним матеріалом.

Результати анкетування подані в таблиці 2.1 та на рис. 2.1.

Таблиця 2.1

Загальні результати анкетування

Концентри, в яких здійснювались обчислення	Арифметичні дії	Коефіцієнт швидкості обчислень до експерименту	Коефіцієнт швидкості обчислень після експерименту	Коефіцієнт результативності
В межах "10"	додавання і віднімання	0,05	0,03	2
	множення і ділення	0,06	0,04	2
В межах "100 – 1000"	додавання і віднімання	0,15	0,11	4
	множення і ділення	0,4	0,37	3
Багатоцифрові числа	додавання і віднімання	1,25	1,15	10
	множення і ділення	4,15	4,08	7



Рис. 2.1. Результати анкетування

Коефіцієнт швидкості обчислень визначався за допомогою часу витраченого на виконання операції, поділеного на 100.

Коефіцієнт результативності визначався різницею коефіцієнта швидкості обчислень до експерименту та коефіцієнта швидкості обчислень після експерименту, помноженого на 100.

Рівень успішності учнів контрольного та експериментального класу до початку та після проведення експерименту подано в таблицях 2.2 та 2.3.

Таблиця 2.2

Рівень успішності учнів контрольного класу

№ п/п	Прізвище, ім'я учня	Середній рівень успішності до проведення експерименту	Середній рівень успішності після проведення експерименту
1	А. Анна	8	8
2	Б. Микола	9	9
3	Б. Сергій	8	8
4	Б. Інна	7	8
5	Г. Олег	9	10
6	Г. Богдан	10	10
7	Г. Микита	8	8
8	Д. Тетяна	8	8
9	Д. Віталій	7	7
10	К. Ірина	10	10
12	К. Руслан	9	10
13	К. Роман	9	9
14	Л. Христина	7	8
15	М. Михайло	8	9
16	М. Анастасія	8	8
17	П. Тетяна	7	8

18	П. В'ячеслав	10	10
19	Р. Тетяна	9	9
20	С. Юлія	9	9
21	Т. Людмила	8	9
22	Ф. Ксенія	7	8
23	Х. Максим	7	7
24	Ш. Каріна	10	10
25	Я. Світлана	8	9

Таблиця 2.3.

Рівень успішності учнів експериментального класу

№ п/п	Прізвище, ім'я учня	Середній рівень успішності до проведення експерименту	Середній рівень успішності після проведення експерименту
1	А. Віта	9	10
2	Б. Анастасія	7	8
3	Б. Ольга	8	9
4	Б. Катерина	10	10
5	В. Сергій	7	8
6	В. Олександр	8	9
7	В. Карина	8	9
8	Г. Анастасія	9	10
9	Г. Михайло	10	10
10	Г. Юрій	7	8
12	Д. Катерина	7	8
13	Д. Олег	8	9

14	Д. Вікторія	9	10
15	І. Олександр	9	10
16	І. Марина	8	9
17	К. Юлія	10	10
18	М. Аліна	9	10
19	М. Ігор	8	9
20	О. Вікторія	8	9
21	Р. Тетяна	7	8
22	Т. Роман	10	10
23	Т. Ігор	9	10
24	Ш. Маргарита	8	9

Проведений експеримент із застосуванням ментальної арифметики для формування обчислювальних навичок показав, що учні експериментального класу одержали більш якісні знання, міцно засвоїли математичні поняття, успішно застосовували їх при розв'язуванні пізнавальних і розвивальних завдань порівняно з учнями контрольних класів. Система вправ викликала в учнів зацікавлення, вони навчились логічно міркувати, обґрунтовувати кожен операцію і дію в цілому. Створення міцних обчислювальних навичок пов'язано з формуванням в учнів навичок самоконтролю, а їм приділяється дуже мало уваги.

Для успішного формування обчислювальних навичок потрібно забезпечити у системі уроків такі умови [33] (рис. 2.1).

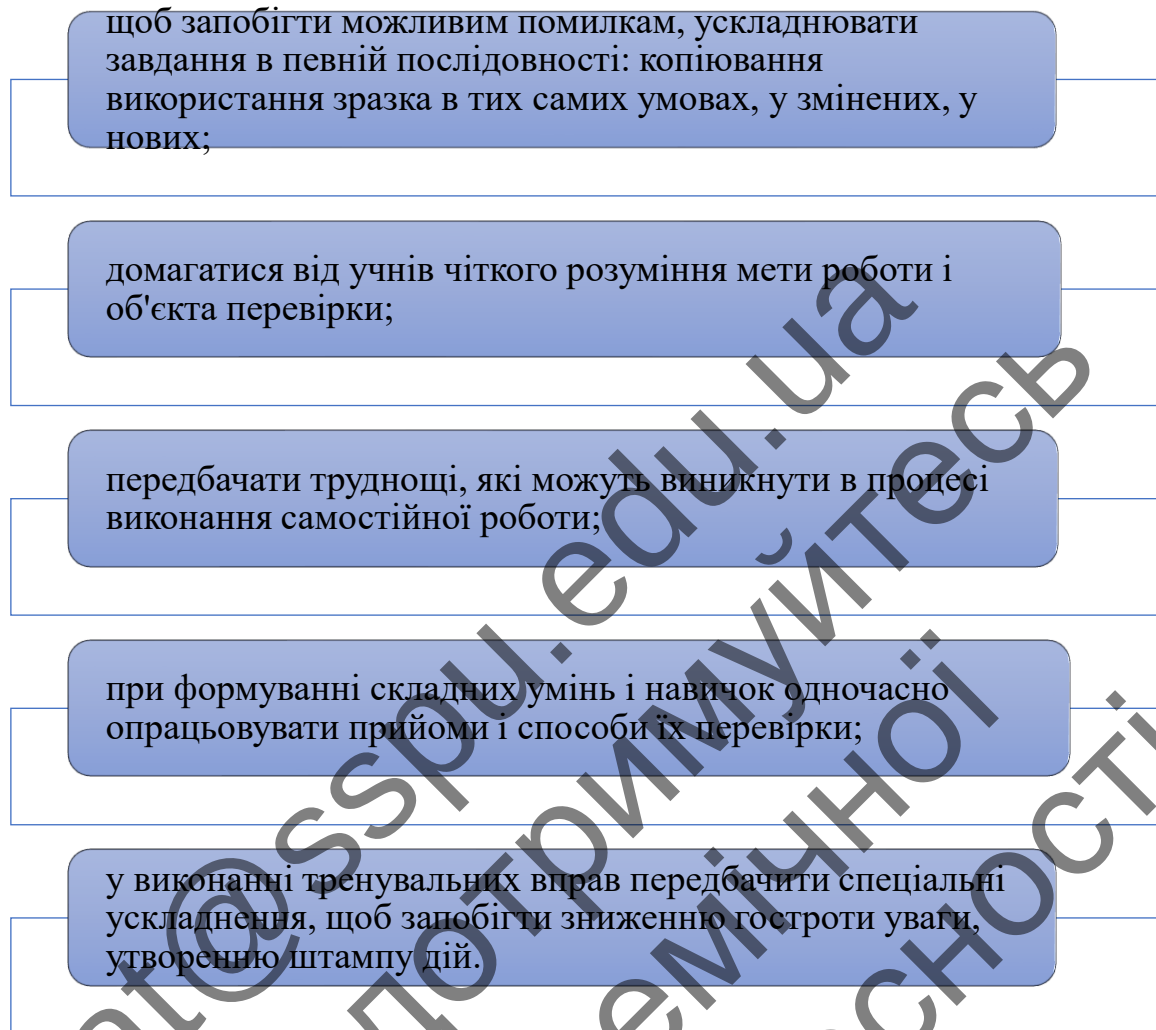


Рис. 2.1. Умови формування обчислювальних навичок

Отже, нами встановлено, що розвиток обчислювальних навичок (в кожному з концентрів) тісно пов'язаний із додержанням такої системи в їх формуванні:

- 1) підготовча робота до ознайомлення з новим обчислювальним прийомом;
- 2) первинне закріплення обчислювального прийому;
- 3) застосування обчислювального прийому в різних умовах;
- 4) установлення причин появи помилок і робота над їх попередженням;
- 5) автоматизація обчислювальних навичок.

Така система при формуванні обчислювальних навичок допомагає не тільки цементувати знання, вміння і навички, але й сприяє розвитку самостійності й системності мислення, розвиває творчі сили учнів.

Отже, користь застосування ментальної арифметики в освіті очевидна. Систематичне використання учнями прийомів ментальної арифметики сприяє розвитку пізнавальної активності, підвищує рівень навчальних досягнень, допомагає учням розвивати креативне і критичне мислення, пам'ять і увагу, а також зробити процес навчання математики цікавішим.

fizmat@sspi.edu.ua
суворо дотримуйтесь
академічної
доброчесності

ВИСНОВКИ

Оволодіння обчислювальними навичками та вміннями – складний та довготривалий процес, який вимагає від учителя значних зусиль, вимагає звертати увагу на рівень засвоєння того чи іншого матеріалу, на кожному кроці закріплювати навички та удосконалювати їх, постійно ускладнюючи та урізноманітнюючи завдання для дітей. Формування обчислювальних навичок та вмінь – цілеспрямований процес оволодіння арифметичними діями над числами в ході ефективної взаємодії вчителя та учнів. І саме, в 5-6 класах вчитель повинен сформувати міцні навички та вміння безпомилково виконувати арифметичні дії та розуміти їх зміст, володіти поняттями, що пов'язують компоненти арифметичних дій та операції над ними.

Впровадження педагогічних інновацій має на меті підвищення ефективності навчально-виховного процесу, формування у дітей різних життєвих компетенцій (соціально-комунікативної, логіко-математичної, особисто-ціннісної, сенсорно-пізнавальної та ін.) та розвиток інтелекту. Найпопулярнішими інноваціями, які сьогодні активно використовуються в навчальній діяльності є: логічні блоки Дьєнеша, кольорові палички Кюізенера, конструктори LEGO, доміно, пазли, флексагони, казки, вірші та загадки математичного змісту, методи ейдетики та комп'ютерні ігри. Завдяки комплексному використанню цих засобів навчання діти отримують ґрунтовні знання про кількість, розмір, об'єм, довжину, товщину, симетрію, простір, час, число та його склад, вчатья кількісні та порядковій лічбі, опановують арифметичні дії, вдосконалюють свої творчі здібності та техніку застосування логічних прийомів мислення.

Ментальна арифметика – унікальна методика, спрямована на навчання усній лічбі, формування у них вміння обробляти та тримати в пам'яті велику за обсягом кількість інформації, а також на гармонізацію роботи двох півкуль головного мозку.

Експериментальні дослідження доводять, що за умови систематичного виконання вправ, які входять до програми «Ментальна арифметика», у дітей підвищується пізнавальний інтерес, самооцінка, концентрація уваги та успішність, покращуються всі види пам'яті, активно розвиваються логічна сфера та математичні уявлення.

fizmat@sspi.edu.ua
суворо дотримуйтесь
академічної
доброчесності

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Skvortsova S., Romanyshyn R. The Computational Activity of Younger Students: Neuropsychological Approach. Universal Journal of Educational Research, 2019. 7(12), pp.2817 – 2829. DOI: 10.13189/ujer.2019.071232
2. Актуальные проблемы методики обучения математике в начальных классах // Под ред. М.И. Моро, А.М. Пышкало. — М. : Педагогика, 1977. — 248 с.
3. Антощук Є. В. Учімося запам'ятовувати і пригадувати: швидка педагогічна допомога від Української школи ейдетики “Мнемозина”. Укр. школа ейдетики “Мнемозина”. Київ, 2007. 156 с.
4. Антощук Є.В. Знакомьтесь, ваша память. Київ, 2013. 192 с.
5. Атутов П.Р. Политехнический принцип в обучении школьников. — М: Педагогика, 1976. — 192 с.
6. Бантова М.А. Система формирования вычислительных навыков. Начальная школа. 1993. №11. С. 38–44.
7. Бантова М., Бельтюкова Г., Полевщика А. Методика преподавания математики в начальных классах. Учебное пособие для учащихся школьников. (Под ред. М.А. Бантовой. — М: Просвещение. 1984 – 335 с.).
8. Блонский П.П. Избранные педагогические и психологические сочинения в 2 т. // Под ред. А.В.Петровского. — М.: Педагогика, 1979, т.І.— 304 с; т. 2— 400 с.
9. Богданович М.В., Козак М.В., Король Я.А. — Методика викладання математики в початкових класах. Навч. посібник: — К.: А.С.К., 1998. — 352 с: іл.
10. Богданович М.В., Козак М.В., Король Я.А. Методика викладання математики в початкових класах. — Тернопіль, 2001. — 214 с.
11. Богданович М.В., Литвиненко М.Г. Зошит з математики для 2 класів. — 9-те видання. — К.: Радянська школа., 1990 — 64 с.

- 12.Богоявленский Д.Н. и Менчинская ,Н. А. Психология усвоения знаний в школе. — Изд.-во АПН РСФСР, 1959.— 347с.
- 13.Браун Пітер, Редігер Генрі, Макденіел Марк. Засіло в голові. Наука успішного навчання / пер.з англ. Юлія Кузьменко. Київ, 2019. 240 с.]
- 14.Валентина Шпакова. Про вивчення таблиць арифметичних дій. // Початкова освіта. — 1997. — №2. — 30 с.
- 15.Василенко У.В. Методика викладання математики в початкових класах. — К.: Вища школа, 1971. — 365 с.
- 16.Возрастная и педагогическая психология. Учеб. пособие для студентов пед. институтов по спец. 2121 "Педагогика и методика нач. обучения" М.В.Матюхина, Т.С.Михальчик, Н.Д.Прокина и др. // Под ред. М.В.Гализо и др.— М.: Просвещение, 1984.—256 с.
- 17.Выготский Л.С. Эйдетика. Хрестоматия по ощущению и восприятию / под ред. Ю.Б. Гиппенрейтер, М.Б. Михалевской. Москва, 1975. С.217—271
- 18.Г. Мартинова, С. Скворцова. Формування вмінь та навичок додавання та віднімання // Початкова освіта. — 1997. — №4.
- 19.Гнеденко Б.В. Политехнические аспекты преподавания математики в средней школе // Математика в школе.— 1974. — №6. — с. 18—24.
- 20.Гончаренко С.У. Методологічні характеристики педагогічних досліджень // Вісник АПН України. — 1993. — №1. — с. — 11—22.
- 21.Дидактика начального обучения: Сб. науч. тр. //НИИ содерж. и методов обучения / / Под ред. А.М.Пышкало. — М., 1977.— 81 с.
- 22.Дистервег А. Избр. пед. соч. — М.: 1956.
- 23.Епштейн Д.А. Научно—технический прогресс и политехническое образование в преподавании основ наук.—Сов. педагогика. 1978.—№2.— с. 24—29.
- 24.Занков Л.В. О начальном обучении. — М.: АПН РСФСР, 1963.
- 25.Зубов В.Г. О современных проблемах политехнической школы.— В кн.: Проблемы-политехнического образования: I. Материалы общ. собр. акад.

пед. наук СССР, 27—28 июня 1972, М., 1972, с. 7—39.

26. Король Я.А., Король Я.Р. Ігровий метод у навчанні першокласників математики // Нач. шк. — 1981. — № 1. — с 42—45.
27. Король Я.А. Формування прийомів користування вимірювальними— креслярськими інструментами // Почат.шк. — 1996. — № 4. — с 24—26.
28. Король Я.А., Козак М.В. З досвіду формування прийомів позатабличного множення і ділення. — В кн.-г Актуальні проблеми розбудови національної освіти, ч.ІІ, К.—Херсон, 1997, с 86—89.
29. Король Я.А. Вироблення в першокласників умінь вимірювати довжину відрізка // Почат, шк. — 1983. — № 12. — с. 33—38.
30. Король Я.А. З досвіду використання історичних даних рідного краю на уроках математики.— В кн.: Учитель національної школи, ч. ІІ, Тернопіль, 1991, с 77—79.
31. Король Я.А. Измерение длины отрезка // Нач. шк.—1982 — № 10. — с. 51—53.
32. Король Я.А. Ігрові ситуації на уроках математики у І класі чотирирічної початкової школи: Методичний лист МО України. — К.: Рад. шк., 1988.— 32 с:
33. Король Я.А. Корисний, дидактичний матеріал // Почат, шк.— 1979.— № 9. — с. 44—47.
34. Король Я.А. Математична скарбничка: Навч. посібник для дітей 6—7 річного віку у двох частинах. — Тернопіль, Мандрівець, 1997.— ч. 1—64 с; ч. ІІ.—48 с.
35. Король Я.А. Організація навчальної діяльності на уроках математики // Почат. шк. — 1986. — № 1. — с 59—64.
36. Король Я.А. Організація навчання шестирічних першокласників: Методичні рекомендації для керівників шкіл. — Тернопіль: 1986. — с 44—52.
37. Король Я.А. Практикум з методики-викладання математики в початкових класах: Навчальний посібник для педагогічних університетів та

інститутів. — Тернопіль: Мандрівець, 1998—134 с.

38. Король Я.А. Пути осуществления политехнического принципа в обучении математике младших школьников. — В кн.: Пути повышения качества обучения и воспитания учащихся в процессе изучения естественно—математических дисциплин в средней школе. М. , НИИ СиМО АПН СССР, 1981, с. 23—26.
39. Король Я.А. Розв'язування текстових задач різними способами — В кн.: Актуальні проблеми розбудови національної освіти, ч.Ш, К.— Херсон, 1997, с 76—78.
40. Король Я.А. Составление задач на основе использования местного материала // Нач. шк. — 1982. — № 10. — с. 51—53.
41. Король Я.А. Формування політехнічних уявлень в школярів при вивченні математики // Почат. шк. — 1980. т— № 6. — с33—38.
42. Король Я.А. Хаперская А.А. Приемы активизации на уроках математики // Нач. шк. — 1979. — № 10. — с 38—41.
43. Король Я.А. Чайка Н.М. Вдосконалення методики роботи над задачами геометричного змісту // Почат. шк. — 1995. — № 10. :—11. —с 19—22.
44. Косткж Г.С. Навчально — виховний процес і психічний розвиток особистості — К: 1989.
45. Марк Вайнтрауб. Алгоритм побудови таблиці. // Початкова освіта. — №10. — 2000, — 30 с.
46. Маркущевич А.И. Совершенствование образования в условиях научно-технической революции // Народное образование. — 1972.— № 1.
47. Маслова Г.Г. Монахов В.М. , Семушин А.Д. , Шварцбург СИ. Реализация политехнического принципа в преподавании математики. — В кн.: Политехнический принцип в обучении основам наук в средней школе. М. , 1979, с. 12—30.
48. Межпредметные связи естественно-математических дисциплин // Под ред. В.Н. Федоровой. — М.: Просвещение, 1980. — 206 с.
49. Ментальна арифметика. Коломийські діти розвивають розумові здібності.

URL: [https:// www.youtube.com/watch?v=IGOTSyGKzXs](https://www.youtube.com/watch?v=IGOTSyGKzXs)

- 50.Ментальна арифметика: від давніх часів до наших днів. URL: https://smartum.com.ua/about_us/blog/mentalnaya-arifmetika/mental-nayaarifmetika-ot-drevnih-vremen-do-nashih-dnej/
- 51.Менчинская Н.А. , Моро М.И. Вопросы методики и психологи начального обучения математике.—М.: Учпедгиз, 1960.
- 52.Менчинская Н.А. Психология обучения арифметике. —М.: АПН РСФСР, 1959.
- 53.Панченко В. Прийоми раціональних обчислень у навчанні молодших школярів. Гуманітарний вісник, 25, 2010. С. 126-130.
- 54.Педагогическая энциклопедия //- Под ред. И.А. Каирова, Ф.Н.Петрова и др. , т. 3. —М.: Советская энциклопедия, 1966.—890 с.
- 55.Педагогіка //За ред. А.М. Алексюка. —К.: Вища шкiола, 1985.—296 с.
- 56.Педагогіка //За ред. Н.Д. Ярмаченко. —К.: Вища школа, 1986.—549 с. .
- 57.Пистрак М.М. О политехнизме и политехническом воспитании. —В кн.: Политехническая школа и производство. М, , Транспечать, 1926, с. 29—40.
- 58.Плюси навчання ментальної арифметики з раннього віку. URL: <https://www.0432.ua/list/188481>
- 59.Програма для загальноосвітніх нвчальних закладів. Математика (5-11 класи). Програму підготували: В. Бевз, А. Мерзляк, З. Слєпкань – К., 2001.
- 60.Програма для класів з поглибленим вивченням математики (8-11 класи). Програму підготували: М. Бурда, М. Жалдак, Т. Колесник, Т. Хмара, М. Ядренко. – К., 2001.
- 61.Програма середньої загальноосвітньої школи 1-4 (1-3) класів. – К.: Освіта, 1994. – 254 с.
- 62.Психологія // За ред. Г.С. Костюка. —К.: Рад. шк. , 1968. —574 с.
- 63.Пышкало А.М. Методика обучения элементам геометрии в начальных классах. —2 —е изд. , испр. , и доп. —М.: Просвещение, 1973. —208 с.

- 64.Пышкало А.М. Янковская Н.А. Об использовании микроэлектронной техники в обучении младших школьников. —В ,кн.: Применение электронных устройств в обучении математике и её-приложений. М., 1979—78—83 с.
- 65.Романишин Р. Формування обчислювальних навичок в учнів початкової школи в умовах нетрадиційних технологій навчання. <https://doi.org/10.24919/2308-4634.2020.225741>
- 66.Сарапутова С. Прийоми навчання табличного множення на 9. // Початкова освіта. — №4. — 1997. — 30 с.
- 67.Савченко О.Я. Вимоги до якості початкової освіти // Почат.шк.— 1995.— №1.—с. 4—6.
- 68.Савченко О.Я. Реформування змісту початкової освіти // Почат.шк.— 1996. — №1. — с 48.
- 69.Савченко О.Я.Дидактика початкової школи: Підручник для студентів педагогічних факультетів. — К.: Абрис, 1997,—416с.
- 70.Свод правил для работы на счетах абакус/соробан. URL: <https://easy-numbers.net/rules>
- 71.Скаткин М.Н. Проблемы современной дидактики.— М.: Педагогика, 1980—96 с.
- 72.Сухомлинский В.А. Нам нужны действительно просвещенные люди // Народное просвещение. — 1970.—№4. — с. 49—50
- 73.Сухомлинський В.О.Вибрані твори. В 5—ти т. Т.2.— К.: Рад. шк., 1976.— 670 с
- 74.Талызина Н.Ф. Развитие П.Я. Гальпериним деятельностного подхода в психологии. Вopr. психол. 2002. №5. С. 42—49.
- 75.Тетяна Кривошея. Усні обчислення – раціональні способи // Початкова освіта. — №5. — 1997. — 30 с.
- 76.Ушинский К.Д; Собр. соч.—М.—Л.: 1940.—Т.7.
- 77.Фишер Ю. Рабочая тетрадь “Ментальная арифметика” часть 1 + абакус для детей от 5 лет. URL: <https://my-rastem.com.ua/p693458663- rabochaya->

tetrad-mentalnaya.html

78. Ханюченко Д.О. Розробка інформаційної системи онлайн-навчання ментальній арифметиці. *Інформаційні системи та технології управління (ICTU-2021)* : матеріали VI всеукраїнської науково-практичної конференції молодих вчених та студентів (м. Київ, 22-23 квітня 2021 р.). Київ : НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2021.
79. Чепурний Г. А. Мнемотехніка: технологія ефективного засвоєння інформації в умовах сучасної освіти: навчально-методичний посібник. Тернопіль, 2015. 152 с.
80. Шабалов СМ. Политехническое обучение.—М.: Изд.—во АПН РСФСР, 1956.—728 с.
81. Шварцбурд СИ., Ковалёв М.П: Электроника помогает считать. — М. - Просвещение, 1978.—96 с.

ДОДАТКИ

Додаток А

Приклади цікавих і раціональних способів усної лічби

1. Множення двоцифрових чисел, близьких до 100. Нехай нам потрібно 93 помножити на 95. Традиційно такі приклади учні виконують у стовпчик. Оригінальність даного обчислення можна розкрити таким ходом виконання:

— доповнити кожен множник до 100, це буде відповідно 7 ($100 - 93$) і 5 ($100 - 95$);

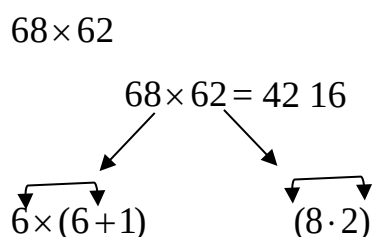
— віднімемо від першого множника доповнення другого ($93 - 5 = 88$) або від другого множника доповнення першого ($95 - 7 = 88$). І в першому, і в другому випадках одержимо 88 – це перші цифри шуканого добутку – сотні.

— Перемножимо доповнення ($7 \times 5 = 35$) 35 – це останні дві цифри шуканого добутку. Отже, $93 \times 95 = 8835$.

Схематично це можна зобразити так:



2. Множення двоцифрових чисел, що містять однакову кількість десятків, а сума цифр одиниць дорівнює 10 (47×43 , 75×75 , 68×62). Пояснення раціонального способу обчислення схематично відображається так:



Число десятків множимо на число, яке на одиницю більше від кількості десятків ($6 \cdot 7 = 42$). Це будуть сотні шуканого добутку. Дві останні цифри добутку – результат множення одиниць обох чисел ($8 \cdot 2 = 16$).

Слід звернути увагу на випадок, коли добуток одиниць дає одноцифрове число:

$$\begin{array}{c}
 71 \times 79 = 5609 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \overbrace{7 \times (7+1)} \quad \underbrace{1 \cdot 9}
 \end{array}$$

3. Множення двоцифрових чисел на 99.

Рациональний спосіб даного усного обчислення можна вивести разом з учнями, розглядаючи конкретний приклад

$$74 \times 99 = 74 \times (100 - 1) = 74 \times 100 - 74 = 7326.$$

Порівнюючи число сотень у добутку (73) з першим множником (74), доходимо до висновку, що воно на 1 менше від першого множника. А порівнюючи число, зображене двома останніми числами добутку (26) з першим множником (74) робимо висновок, що 26 є доповненням числа 74 до 100. На основі цього формулюємо правила:

— Щоб помножити двоцифрове число на 99, достатньо до попереднього числа І-го множника дописати його доповнення до 100.

Аналогічно обґрунтовується і виконується множення трицифрового числа на 999.

$$\text{Наприклад: } 7868 \cdot 999 = 785214.$$

Порядок виконання:

- 1) $786 - 1 = 785$ –кількість тисяч;
- 2) $1000 - 786 = 214$ –одиниці першого класу.

Використовуючи названий спосіб множення трицифрового числа на 999 і враховуючи, що $999 = 37 \cdot 27 = 37 \cdot 9 \cdot 3 = 111 \cdot 9 = 333 \cdot 3$.

Обґрунтовуємо раціональні способи знаходження результати ділення виду:

785214 : 999

785214 : 37 : 27

785214 : 333 : 3

785214 : 786

785214 : 111 : 9

785214 : 37 : 9 : 3

Наведені прийоми усних обчислень, як правило, є предметом ознайомлення у процесі позакласних занять, але можуть з успіхом використовуватись і на уроках математики, залежно від рівня готовності учнів до їх сприймання [62].

Ці закономірності множення дозволяють краще засвоїти обчислення, запам'ятати раціональним свідомим шляхом, спонукають до різнобічного та наукового аналізу, самостійного пошуку нових варіантів.

При ознайомленні учнів з новим обчислювальним прийомом часто бувають випадки, коли вчитель, намагаючись застосувати евристичний метод, ставить перед собою завдання підвести учнів до «відкриття» обчислювального прийому. Внаслідок невміння організувати їх пізнавальну діяльність учитель сам змушений розкрити обчислювальний прийом у готовому вигляді.

В основі бесіди вже лежить не евристичний підхід, а запитально-відповідальна форма, яка створює видимість бесіди. Це часто зовнішня ознака. Учні в такому разі нічого не вирішують, не знаходять відповіді на поставлену проблему. Вони не «підводяться» до розкриття прийому обчислення, оскільки для розумового процесу відсутній фактичний матеріал, на «дослідження» якого повинні орієнтувати запитання. Річ не у формі, а в тому розумовому процесі, який здійснюється учнем. «Щоденно, на кожному уроці учень повинен щось добувати своїми знаннями – це не тільки правило дидактики сучасної школи, а й важлива закономірність виховання» [16].

Як ніколи раніше, перед початковою ланкою освіти ставиться тепер завдання підвищувати ефективність уроку: забезпечувати учням не тільки глибокі і міцні знання теоретичного характеру, але й формувати практичні вміння і навички.

Досягнути оптимального співвідношення між теорією і практикою, щоб теоретичні знання були не «мертвим капіталом», а надійною основою вмінь і навичок, засобом осмислення й обґрунтування практичних дій молодших школярів, можна і на основі застосування наочності.

Активність учня досягає вершин тоді, коли він щось робить, коли в цьому занятті бере участь не лише голова, а й руки, коли відбувається всебічне, (а не тільки зорове) сприймання об'єктів пізнання. Маючи відповідний наочний матеріал, який можна за власним бажанням пересувати, по-різному комбінувати, дитина глибше опановує абстрактні математичні співвідношення – кількісні і просторові.

Так, наприклад, при застосуванні паперових стрічок (10 см х 1 см, по 10 зображених кружечків на кожній стрічці) і стрічок з окремими одиницями кружечків у процесі формування обчислювальних умінь і навичок пізнавальна діяльність учнів так само спрямована на самостійне «відкриття» прийомів додавання і віднімання двоцифрових чисел без переходу і з переходом через десяток, множення і ділення двоцифрових чисел на одноцифрове число.

Наочність стає зовнішньою опорою мисленнєвих дій, дає змогу активізувати різні форми сприймання матеріалу. Це досить важливо з точки зору пізнавальної самостійності учнів. Спостерігаючи за фактичним матеріалом, учні виконують операції аналізу і синтезу, переставляють частину паперових стрічок із десятками або одиницями кружечків. Внаслідок цього виділені ознаки синтезуються у відповідне правило. Така розумова робота мобілізує всі розумові функції учня: сприймання, уявлення, уяву, увагу. У такому разі пізнавальна діяльність школярів має характер дослідження як на основі логічних операцій, так і на основі практичних дій, мовленнєвої форми узагальнення.

Обчислювальний прийом має бути представлений учням як проблема, яку повинні розв'язати вони самі на уроці.

Висловивши свою думку про необхідність пробудження в учнів потреби активно мислити, самостійно здобувати знання, відшукувати раціональні прийоми обчислень, Н. Менчинська звертає увагу на те, що для розвитку дітей важливо, щоб вони не тільки одержували знання, але й оволоділи «методами і прийомами здобування і застосування знань» [52].

Як приклад самостійного «відкриття» учнями прийому обчислень розглянемо тему уроку: «Ділення виду $72 : 6$ ».

Практика показує, що вчителі під час ознайомлення з обчислювальним прийомом для випадку $72 : 6$ (коли десятки діленого націло не діляться на дане число) використовують метод розповіді або пояснення. Прийом, який використовується учнями раніше при діленні виду $48 : 4$, не підходить до знаходження числового значення виразу виду $72 : 6$.

Щоб навчити учнів автоматично виділяти в діленому найбільше число десятків, яке без остачі ділиться на дане число, доцільно заздалегідь цілеспрямовано підготувати їх до усвідомлення того, як подати число (ділене) у вигляді суми двох зручних доданків. Один із цих доданків повинен бути найбільшим числом десятків, яке без остачі ділиться на дане число. Для цього, по-перше, при ознайомленні з цим прийомом учні повинні самі встановити, що найзручніше виділити найбільше число десятків, яке ділиться на дане число, а по-друге, в підготовці до ознайомлення з діленням виду $72 : 6$ необхідно застосувати спеціальні завдання. Наприклад:

1. Запишіть у порожніх клітинках найближчі круглі числа, які менші від даних-і діляться без остачі на 2, 3 (4, 5, 6, ..., 9).

	32		56		78		50		96		70	:2
	48		72		54		81		57		78	:3

2. Число, наприклад, 42 запишіть сумою двох доданків, кожний з яких ділиться на 3. Заповніть порожні клітинки.

$$42 = 39 + 3 \qquad 42 = 33 + \square \qquad 42 = 24 + \square$$

$$42 = 36 + \square \qquad 42 = 30 + \square \qquad 42 = 21 + \square$$

$$42 = 27 + \square$$

3. У числах 56, 92, 76, 52, 72, 60, 96, 68 назвіть найбільше число десятків, які діляться на 4.

4. Запишіть ділене, наприклад, 72 у вигляді суми двох доданків, кожний з яких ділиться на 6.

5. Найбільше кругле двоцифрове число 60 ділиться на 6. Назвіть такі двоцифрові числа, які слідує за числом 60 і діляться на 6.

6. Назвіть двоцифрові числа, які діляться на 2 (3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

Тема: Ділення виду $72 : 6$.

— Поділимо 72 на 6, Як можна виконати ділення? (Замінити число 72 сумою десятків і одиниць. 72 – це 7 десятків і 2 одиниці). Поділіть 70 і 2 на 6, сума чисел 60 і 2 не ділиться на 6, тому що ні число 70, ні 2 на 6 не діляться). Подумайте, чи можна число 72 записати сумою таких двох доданків, кожний з яких ділиться на 6. (Учні можуть використовувати таблицю ділення на 6. Вони називають числа; в зошитах і на дошці виконують записи: $(66 + 6) : 6 = 66 : 6 + 6 : 6 = 11 + 1 = 12$, $(60 + 12) : 6 = 60 : 6 + 12 : 6 = 10 + 2 = 12$, ..., $(36 + 36) : 6 = 36 : 6 + 36 : 6 = 6 + 6 = 12$). Який з цих способів розкладання числа 72 на суму двох інших чисел найзручніший? ($72 = 60 + 12$). Чому? (60 легко ділиться на 6. При діленні першого доданка дістаємо десятки, а при діленні другого — одиниці). Отже, в даному випадку число 72 ми, подали у вигляді суми двох зручних доданків: 60 і 12.

Після виконання 2-3 таких вправ формулюється висновок: число, яке ми ділимо, треба подати у вигляді суми двох зручних доданків, один з яких повинен бути найбільшим числом десятків, яке без остачі ділиться на дане число.

«Для формування навичок при навчанні математики підготовкою служать достатньо сформовані й усвідомлені вміння (наприклад, при формуванні обчислювальних навичок), а також ті навички, які включаються в нові як їх елементи, і достатньо відпрацьовані на попередніх етапах навчання...» [1].

Так, підготовкою до формування в учнів обчислювального прийому ділення виду $48 : 4$ (ділення двоцифрового числа на одноцифрове, коли одиниці кожного розряду націло діляться на дане число) служать такі вміння і навички ($48 : 4 = (40 + 8) : 4 = 40 : 4 + 8 : 4 = 10 + 2 = 12$):

- вміння подати одноцифрове число у вигляді суми десятків і одиниць;
- вміння застосувати властивість ділення суми на число;
- навичка ділення виду $40 : 4$;
- навичка додавання виду $10 + 2$.

Але для самостійного «відкриття» учнями вищевказаного обчислювального прийому цих умінь і навичок недостатньо. Щоб учні змогли самостійно «відкрити» спосіб обчислення того чи іншого виразу, необхідно «...створити, систематизувати або розширити досвід дітей, який ляже в основу ознайомлення з новим матеріалом, відтворити ті знання, на які доведеться спиратись при розкритті нового» [1].

Збагатити досвід дітей, який ляже в основу ознайомлення з новим обчислювальним прийомом, можна шляхом постановки спеціальних завдань на етапі підготовки учнів до ознайомлення з ним. У підготовці до ознайомлення учнів з обчислювальним прийомом ділення, наприклад, виду $48 : 4$, визначальним завданням буде: «Яке число поділили на 4?» після виконання вправи $(40 + 8) : 4$ способом ділення кожного доданка суми на число. У даному випадку запропоноване учням завдання відрізняється від проблемного лише тим, що в дужках подано лише суму розрядних доданків числа, а не саме число. Аналогічні вправи допоможуть учням самостійно «відкрити» обчислювальний прийом ділення двоцифрового числа на одноцифрове в тому випадку, коли розрядні його одиниці націло діляться на

дане число. Підготовчі вправи такого характеру допоможуть учням самостійно розкрити обчислювальний прийом, дати зв'язне послідовне його пояснення. На окремих підготовчих вправах разом з розвитком думки буде шліфуватись і вдосконалюватись мова учнів.

fizmat@sspu.edu.ua
суворо дотримуйтесь
академічної
доброчесності

Додаток Б*Приклади для рахування* $2+2-3+2-3+4-1$ $1+1+1+1-3+1+2$ $4-1-2+3-4+2+1$ $2+1-2+3-2-2+4$ $1+1+1-2+3-4+4$ $3-2+3-2+1-3+2$ $1+3-4+2+1+1-2$ $2-2+1+3-4+1+1$ $1+3-2-1-1+3-2$ $3+1-4+2+1-3+2$ $3-2-1+4-2-1+3$ $2-1-1+3-1-2+4$ $1-1+1-1+1+2-1$ $4-3-1+4-2-2+4$ $1+1+1-2+3-4+4$ $3-2+3-2+1-3+2$ $1+3-4+2+1+1-2$ $3+1-1-1-1+2-1$ $3-2-1+4-2-2+3$ $4-3+1+2-1-1+2$ $1-1+1-1+1+2-1$ $4-3-1+4-2-2+4$ $1+1+1-2+3-4+4$ $3-2+3-2+1-3+2$ $1+3-4+2+1+1-2$ $3+1-1-1-1+2-1$

3-2-1+4-2-2+3

4-3+1+2-1-1+2

1+3-2-1-1+3-2

3+1-4+2+1-3+2

1-1+1-1+1+2-1

4-3-1+4-2-2+4

3+1-4+3-2+1+2

2+1-3+4-1-1+2

1+1+1-2+3-4+4

3-2+3-2+1-3+2

1+3-4+2+1+1-2

2-2+1+3-4+1+1

3+1-1-1-1+2-1

3-2-1+4-2-2+3

4-1-1-1-1+4-1

2+2-2+2-1-1-1

3-1-1-1+4-1-1

1+2+1-4+3-2+3

3-2-1+4-2-1+3

2-1-1+3-1-2+4

1-1+1-1+1+2-1

4-3-1+4-2-2+4

3+1-4+3-2+1+2

2+1-3+4-1-1+2

1+2-3+4-3-1+4

2-1+2-1+2-1-2

1+1+1+1-1-1-1

4-3-1+4-2-2+4

3+1-4+3-2+1+2

2+1-3+4-1-1+2

1+3-4+2+1+1-2

2-2+1+3-4+1+1

1+3-2-1-1+3-2

3+1-4+2+1-3+2

2-2+2-2+3-3+4

4-3-1+2-1+3-1

2+2-3+2-3+1+3

1+2-1+2-1-2+3

3-1+2-1-2+3-4

3-1-1-1+2-1+3

1+3-2-2+3-2+3

4-3-1+4-2-2+4

3+1-4+3-2+1+2

2+1-3+4-1-1+2

3+1-1-1-1+2-1

3-2-1+4-2-2+3

4-3+1+2-1-1+2

3-3+4-4+2+2-4

1+1+1-2+3-4+4

3-2+3-2+1-3+2

1+3-4+2+1+1-2

3+1-1-1-1+2-1

3-2-1+4-2-2+3

4-3+1+2-1-1+2

3+1-1-1-1+2-1

3-2-1+4-2-2+3

4-3+1+2-1-1+2

3-3+4-4+2+2-4

1+2+1-3+2-3+2

4-3-1+4-2-2+3

4-1-1-1+2-3+4

1+2-3+4-3-1+4

2-1+2-1+2-1-2

1+1+1+1-1-1-1

1+1+1-2+3-4+4

3-2+3-2+1-3+2

1+3-4+2+1+1-2

4-1-1-1-1+4-1

2+2-2+2-1-1-1

3-1-1-1+4-1-1

1+2+1-4+3-2+3

3+1-1-1-1+2-1

3-2-1+4-2-2+3

4-3+1+2-1-1+2

1-1+1-1+1+2-1

4-1-1-1-1+4-1

2+2-2+2-1-1-1

3-1-1-1+4-1-1

1+2+1-4+3-2+3

3+1-1-1-1+2-1

3-2-1+4-2-2+3

4-3+1+2-1-1+2

1-1+1-1+1+2-1

4-1-1-1-1+4-1

2+2-2+2-1-1-1

3-1-1-1+4-1-1

1+2+1-4+3-2+3

1+1+1-2+3-4+4

3-2+3-2+1-3+2

1+3-4+2+1+1-2

2-2+1+3-4+1+1

2-1+2-1+2-1-2

4-3-1+3-1+2-1

2-1+2-1+2-1-1

1-1+1-1+2-2+3

2-2+2-2+3-3+4

3+1-4+3-2+1+2

2+1-3+4-1-1+2

1+3-4+2+1+1-2

2-2+1+3-4+1+1

1+3-2-1-1+3-2

3-2-1+4-2-2+3

4-1-1-1-1+4-1

4-3-1+3-1+2-1

2-1+2-1+2-1-1

1-1+1-1+2-2+3

2-2+2-2+3-3+4

4-3-1+2-1+3-1

2+2-3+2-3+1+3

1+2-1+2-1-2+3

3-1+2-2-2+3-3

3-1-1-1+2-1+3

4-1-1-1-1+4-1

2+2-2+2-1-1-1

3-1-1-1+4-1-1

1+2+1-4+3-2+3

1+1+1-2+3-4+4

3-2+3-2+1-3+2

1+3-4+2+1+1-2

2-2+1+3-4+1+1

3+1-1-1-1+2-1

3-2-1+4-2-2+3

1+2-3+4-3-1+4

2-1+2-2+2-1-2

1+1+1+1-1-1-1

4-3-1+4-2-2+4

3+1-4+3-2+1+2

2+1-3+4-1-1+2

1+3-4+2+1+1-2

2-2+1+3-4+1+1

3-1-1-1+2-1+3

2+1-3+4-1-1+2

3+1-1-1-1+2-1

2+2-3+2-3+1+2

1+1+1+1-3+1+2

4-1-2+3-4+2+1

2+1-2+3-2-2+4

2+2-2+2-1-1-1

3-1-1-1+4-1-1

1+2+1-4+3-2+2

3+1-1-1-1+2-1

3-2-1+4-2-2+3

+5 -5

1+3+5-4+2-5-1

2+1+5+1-4+2-5

5+3-2-1+4-5-4

3+5-3+4-5-1-2

3-2+1+5+2-1-5

3+1-3-1+4-2+1

5+4-1-5-3+1-1

3+5-1-2-5+1-1

3+1-2-1+3-1-3

1+2+5-3+4-5-4

4-2+5+2-3-5+1

1+3-2-1+2+1-3

5+3+1-5-1-2+3

4-2+5-1+2+1-5

2+5-2+3+1-2-5

4-1-2+1+2-4+1

2+1+5-3+2-5-1

3+5-2-5+1-2+3

1+3-2-1+2+5-3

1+5+2-5-1+2-1

3+5-3+1+2+1-4

5+3+1-5-2-1+3

5+2+1-5-1-2+5

3-2+3-1+5+1-4

5+1-5+3-1+5-5

1+3+5-4+3-1-5

5+4-2-5-2+4-2

5+3-2+3-1-5-3

3-1-2+3-2-1+5

5+4-5-4+5+2-2

4-2-1+2-3+1+3

2-1+3-2+1+5-5

5+2+1-3+4-2-5

4-3-1+2+1-2-1

4+5-3-1+2-5+1

4-2+5-1+2-5-3

2+5-1-5+1+2-3

3+1+5-1-2-5+1

4-3-1+2-1+5-1

1+3+5-3-5-1+2

2+5-1+3-2-1-5

2+1-2-1+3-2+1

5+1+3-2-5+1-3

4-1-3+4-1-3+5

2+5+2-3-5+1-1

3-2+3-2+1-2-1

2+1-2+3-2+1-3

3-2-1+4-2-1-1

1+3-1-3+4-2-1

5+3-5-3+1+2-3

1+2-3+5+3-2-5

3+1-4+3-2-1+4

1+3-4+1+2+1-4

1+3-1-3+5+3-5

4-3-1+2-1+5-1

1+3-4+3+5-3-5

3-1+5-1-5+3-4

2+1-2+1+5+1-3

4+5-1-2+1+2-4

3-1-2+1+5+2-3

2-1+5+1-5-1+3

4-3+2-1-2+3-2

3+1-3+1-2+1-1

4-2+1+5-1-5+2

5+3-1+2-5-1-3

5+4-3+1+2-1-5

5+4-3+1-5+2-4

4+5-3+2-3+1-5

3+1-4+3+5-2-5

1+5+2-3-5+3-2

1+3+5-2-5-2+3

5+2-1-5+2-3+1

3+5-2+1-2+4-4

2-1+3-2+1-3+1

1+2-1-2+3-1-2

5+3-5-2+5-1-5

2+1+5+1-2+1-3

3-1+2+5-2+1-3

1+5+2+1-3-5+1

+6 -6

2+5-2+1-5-1+2

3+1-3+6-1+1

3+6-4+3-5-1-2

2+1-2+3-4+1+5

6-1-5+3+1-4+1

3-1+2+5-4+2-1

5+1+2-6+5+2-5

3-2+1-2+6+2-3

6+1-6+2+1+5-3

1+6-1-6+3+6-6

3+1+5-3-6+4-1

3+5-1-6-1+6-5

2-1+2+5-6+5-2

1+2+1-2-1+2-1

6+2-3+1-6+5+1

1+6+1-6-1+2-3

6-5+3+5-3-6+3

6+1-2-5+6+1-5

5+4-3-5+3-1-2

2+5-1-5+2+5-5

1+2-1+2-3+6-2

2+1-2+3-1+5-2

6+2+1-2+1-5-2

6+1+2-1-6-1+2

6+3-4-5+1+2-3

6+3-1-5+6-4+1

4+5-4+1+2+1-3

1+6+2-6-3+4-2

5+3-6+2+5-6-2

2+1+5+1-4+1-5

6+1-6-1+2-1+3

2-1+6+1-5-3+6

4-1+5-1+2-3-1

4-2+1-2-1+5+1

2+6-1+2-6+1-4

2+1+5+1-2-1-6

5+2+1-6-1+3-2

5+1-6+2+5-2+1

6+1+2-6+1-2+1

6+2-1-2+4-1-6

1+5+1-5-2+1+5

2-1+2-1+2-3+2

5+4-6-3+5+3-6

6-5+2-3+2-1-1

6-5-1+5+4-1-2

3+1+5-2+1-6+2

5+1-6+5+1+2-6

6-1+2-5-2+1-1

5+4-5-2+1+6-3

1+2-3+4-3+6-1

2-1+5-1-5+2-2

5+4-1-6-1+2-1

3+6-4+1-5+3-3

1+6+2-4-5+4-1

6-1+4-5-4+2-1

6+2-3-5+2-1+2

3+1-2+5-2-5+1

5+2-1+3-6+1-4

6+2+1-5-3-1+3

3-1-2+1+5+2-3

3+6-2+1-3+2-5

6+3-1-5+6-1-2

3-1-2+5+3-5-1

2+6-5-3+6+3-3

6+2-3+1-5+1-2

5+2-5+6-1-5-2

3+5+1-4+1-6+5

2+5+2-1-5-1-2

4+5-6+5-3-5+6

2+1+5-3-5+3-2

2+6+1-4+3-5-1

3+6-5-3-1+2+1

4-3+2-3+2+1-3

5+3-2-5+1+5-1

2+6-5-3+6-5+3

6+3-2+1-5-3+4

4-1-2+6+2-4+1

3+5-1-5-2+6-1

1+6-1+3-6-3+1

2+1+6-3+2-6-1

+7 -7

6-1+3-5+1-2-1

5+3-2+1-6+3-4

6+2-3-5+4+5-2

7+2-4+1-6+1+2

7+1-6+1-3+5+1

1+2-3+6+3-1-7

6+2-1+2-7-2+3

2+5-6+1+6+1-2

7+2-5-2+1+5-2

6+3-4+3-1+2-7

6-5+1+6-5+1-3

1+6-1-5+6-7+3

7+2-6+1-3+2+1

3+1+5-3-6+4-2

4-2-1+3-4+3-2

5+1+2-1-6+7-3

4-1+6-7+5+1-5

2-1+5-1+3-5-2

4-1-3+6+1-7+6

2+5-1-5-1+2-2

4-3+7+1-7-2+6

4-2-1+6-2+4-6

6+2-1-6+1+5-7

3+1+5-3-1+3-1

5+2+1-6+1-3+7

2+6-1-7+4-3+6

4-1+5+1-3+2-6

4-1-3+2+6+1-6

1+2+1+5-7+2-3

5+4-3-6+5+4-6

5+2-5+7-1-3-5

1+3-1-3+7-6+3

6+1+2-4+2-7+6

7+2-6-2+7-6+5

7-6+2+6-3-1+5

3+6-4-5+6+2-6

7-6+3-4+2+1-2

2+6+1-3+1-7+1

6+1-6+7-6-2+6

6-5+7-5+6-4+1

4-1-2+3-2+5-7

5+3-7+2+5-3-5

3+6-4+3-5+6-7

2+7-3-6+1+3-2

1+2-1+7-6-1-2

3+5-6+1-2+6-2

3+5-3+4-6-3+5

4+5-3+1-5+1-2

5+1+3-4+1-5-1

3+6-4-5+7-1-5

1+5+2-3+2-6+5

6-1+2+1-7+6-7

6+1-7+4-1-2+6

7-5+2-1+6-2-1

6+1-2+4-3+2-3

3-1-2+3+5-6-1

6-1+2+1-6+2-1

5+4-2+1-2-1-5

1+2-3+5+1+2-1

6-1+4-6+1-2-2

7-1-6+7-5-2+1

7+1-7+7-1-6+2

2+5+2-7+6-2-5

2+7-1-6+5-7+2

2-1+5+3-5-2+1

6-1+2-1-5+6-7

7+1-2+1-7+4-1

2+1-3+7-1+2-1

2+6-7+2+6-1-7

1+7-5+6-2-6-1

4-2+5-2+3-5+1

3+1+5-4+3-2-6

4-3+2+1-2+6-2

3+6-3+2-7+1+5

2-1+5+3-2-1-5

2+1-2-1+2+7-6

7+2-7-2+6+2-6

6+1-6+3-4+1+3

5+3-7+5+1+2-3

1+5+1+2-6+1-2

+8 -8

5+4-3-6+5+2-1

4-2+7-3-6+2-1

4+5-2-5+6-5+1

2+5-7+5+1-6+1

7+1-6+2+5-3-5

7+1-6+7-3+1+3

3+1-4+6+1+2-4

7-6+7-1-5+1-3

5+4-3+2-1-2-5

4+5-6-1-2+6-1

1+5+2-3+1-5+1

6-1+3-5-2+1+6

5+4-7+1-2+7-1

8+1-3+2-5-3+1

6+1-6+3-1+6-7

5+1-5+7-2-6+7

4+5-4+2+1-5-2

6+2-6+1+6-4-5

7+1-2-6+2+6-2

4+5-1-2-6+8-1

8-2-6+7-2+1-5

2+6-5-1+5-1-6

5+1+3-1-2+3-5

8-6+1+5-8+3+1

6-1-5+3+5-7+3

6-1+2-1-5+3-1

8-7+8-3-5-1+6

7+1-8+3-2+7-1

2+7-3-5+6+2-4

6-5+2-3+1+3-1

2+6-8+3-1-2+6

6+3-7-1+8-6+1

6-1+4-6+5-1-5

1+6-7+1+2-3+2

3-1+7-3-1+3-2

8-2-5+6-2+4-5

5+2-7+8-6-1+5

7+1-6+1-3+5+3

2-1+7-8+4+5-7

2+5-2-5+6-5-1

8-2-5+7-5-2+5

5+4-6+5+1-8+5

2-1+2+6-1-8+5

4+5-1-2-5+6-1

7-5-1+3-2+7-1

8-2-5+7-8+5+3

3+5-2-5+7-8+3

2+5+2-8-1+2+1

5+3-1-2+1+3-2

1+5+3-5-4+1+3

7+2-6-3+1+6-5

1+2+5-8+4-3+2

8-1-6+3+5-3-6

7+2-1-2-5+3-1

5+1+2-6-2+4-3

5+1-6+8-7-1+8

1+5+1-5-1+5-1

8-3+4-3+1+2-8

6-5+8-3-1+4-8

8-3+4-1-3+2+1

3+6-2-1-6+4-1

3+1-2-1+8-1-5

3+5-7+5-6+8-2

8-6-1+6-1-6+1

1+5-6+8-3+1-5

1+8-5-4+3-2+6

4-3+8-5-3+2+5

7-5+6-3+2-1-6

4-1-3+7+2-4+3

2+5+1-5+1-3-1

3-1-2+3+1-4+6

8-3-5+2-1+3-3

2+5-7+2+5+1-2

2+6-5-3+4+5-2

3+6-1-7+2-1-2

7-6+3-4+8-6-2

2+5-2-5+8+1-7

8-1+2-8+2-3+4

8-7-1+4-1-3+4

8-5+6-2-5+6-1

+9 -9

3+6-4+3-8+1+6

3-1+7-2+1-7+3

7+2-1-2+3-8+6

2+5+1-2-6+9-8

8-2-1+4-7-1+5

1+8-7+6-8+9-3

9-3+1-6+1+7-5

1+7-1-6+8-6-2

6-5+6-1+2-1-5

3+5+1-5-3+2+1

4-3+7+1-7+6-5

7-6-1+6-1+3-6

8-5-1+7-4+1-6

8-1-2+1-6+9-4

8-3+4-9+3+6-2

3-2+7-2+1-6+7

6+1-2+4-3+2-8

8-3+4-1-8+9-6

6+1-2+1-6+9-8

2+7-1-8+5+3-8

5+4-2-1+2-3-5

5+4-7+6+1-8-1

5+4-7+5+1-3+2

4-1+5-2-1+3-7

4-2-1+6-1-5+1

6+2-5-3+4-1+5

2+7-2+1-6+5-6

5+3-6+7-1-3-5

2+5-6+2+1+5-9

8-2-6+4-2-1+5

3-2+5-6+5+3-8

5+2-5+6+1-3-1

6-5+3-2+5-2+3

3-1+6-2+1-7+8

4-3+2+6-4+1+3

1+3+5-6+1-2+1

1+8-3-1+3-7+2

9-2-7+5+1-6+9

1+5-1+3-8+9-5

1+8-6-1+6-3+1

8-3+1+2-6+7-6

7-6+1+5+2-3-6

4+5-3+1-5+2-1

7-2+3-7+1+5+1

2+5-2+1+2-5-1

1+3-4+8-6+7-9

4+5-7+1-3+4-1

3+1+5-3-1+2-7

3+1+5-6-2+7-6

6+3-9+8-1-2-5

6-1+2-7+3+6-5

4-1-2+5-1+4-9

7-1-5+6-5+1-3

8+1-9+6+3-4+2

8-2+1+2-8+5+3

7-2+3-5-1+6-7

3-1+5+1-3+2-7

5+3-8+6-1+3-2

3-1+2-1-2+3+5

5+2-6+3-2+7-5

4-2+7-9+2+6-3

5+1-6+2+5-1+3

1+6-1-5+1+6+1

8+1-9+8-1-7+5

2+6-5+1+5-3-5

1+3-1-2+7-2-6

7-2+3-1+2-3-6

7-1+2+1-2-5+6

9-8+6+1-2-5+8

5+1+2-5+1-2+7

2+5-1-6+5+1-5

8-6+5-7+5+4-8

6-5-1+4-1-2+1

1+7-1-2+1-5+6

5+4-5-2+1+6-1

8-3+2-7+5+3+1

5+4-1-2+1-5+1

9-2-7+5+2-7+5

1+7-8+5+3-8+9

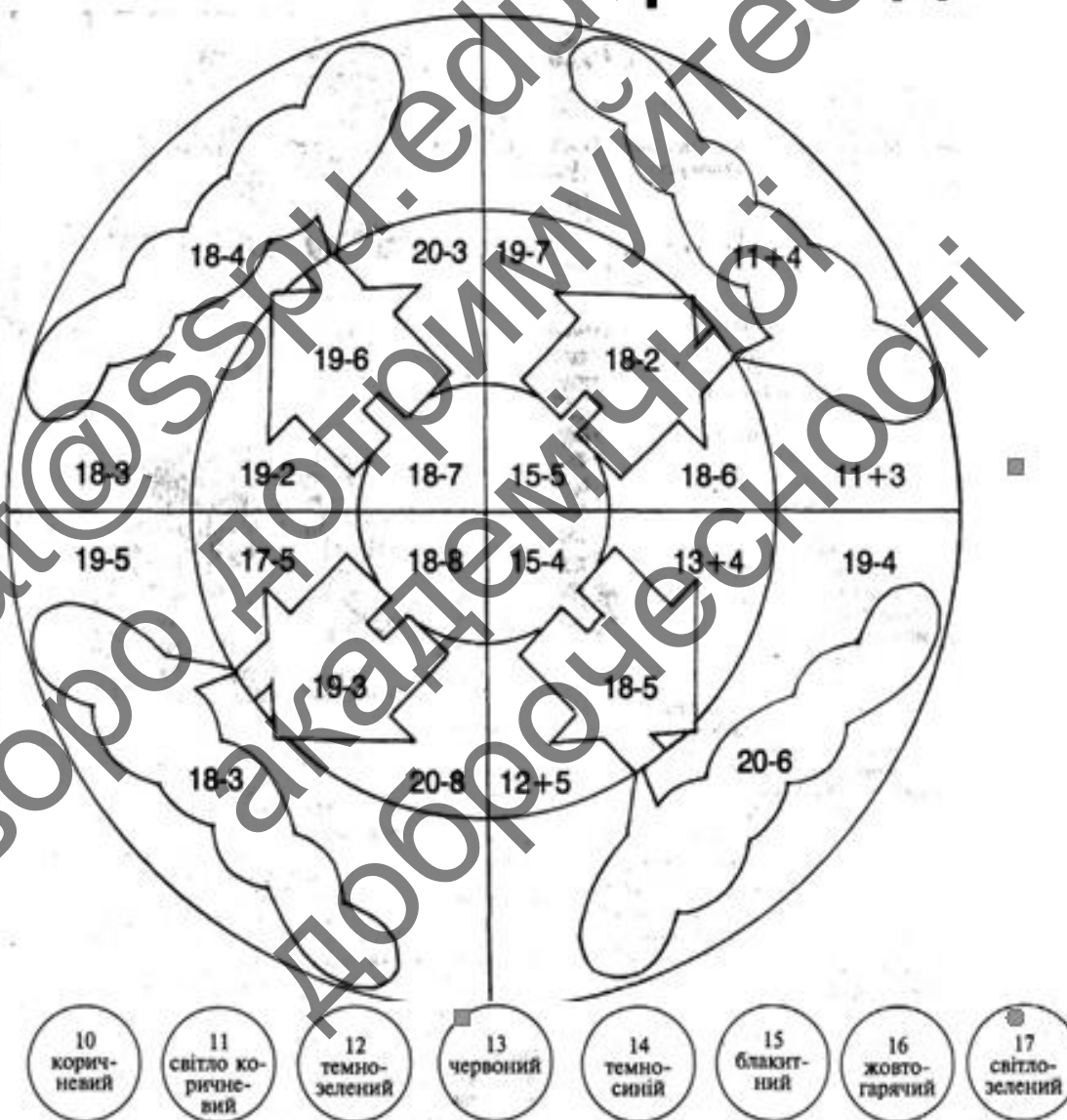
5+4-3+1+2-6-2

Додаток В

Математичне коло

Завдання. Розв'яжи приклади, розфарбуй відповідно до умовних позначок кольорів. Придумай назву оригінальному орнаменту, який ти отримав.

Математичних прикладів



ЗАВДАННЯ: Розв'яжи приклади, розфарбуй відповідно до умовних позначок кольорів. Придумай назву оригінальному орнаменту, який ти отримав.